۱ هر یک از عبارت‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم.

بررسی (الف): در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، تندی حرکت جسم و انرژی جنبشی آن ثابت است، پس طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار خالص انجام‌شده صفر است. دقت کنید که کار خالص صفر است ولی نیروی خالص وارد بر جسم ممکن است صفر نباشد، پس عبارت (الف) الزاماً صحیح نیست.

بررسی (ب): تغییرات انرژی جنبشی جسم در بازهٔ صفر تا $t_۱$، قرینهٔ تغییرات انرژی جنبشی جسم در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ است، پس طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده در بازهٔ صفر تا $t_۱$ هم قرینهٔ کار کل انجام‌شده در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ است و عبارت (ب) صحیح است.

بررسی (ج): در لحظات صفر و $t_۳$، تندی حرکت جسم یکسان است، پس در این بازه تغییرات انرژی جنبشی صفر است و در نتیجه کار خالص انجام‌شده روی جسم‌ها صفر می‌باشد. بنابراین عبارت (ج) هم صحیح است.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲ گام اول: محاسبهٔ توان خروجی (واقعی)

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{۳۶۰۰\times۱۰\times۱۵}{۶۰} = ۹۰۰۰\,W$$

گام دوم: محاسبهٔ توان ورودی (اسمی)

$$\text{بازده}: Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰ \rightarrow ۳۰ = \frac{۹۰۰۰}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰ \rightarrow P_{\text{ورودی}} = ۳۰۰۰۰\,W$$

گام سوم: از $۳۰۰۰۰\,W$ توان ورودی، مقدار $۹۰۰۰\,W$ به توان مفید تبدیل می‌شود پس $۲۱۰۰۰\,W$ باقی‌مانده تلف می‌شود، بنابراین در هر ثانیه ۲۱۰۰۰ ژول انرژی تلف می‌شود.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

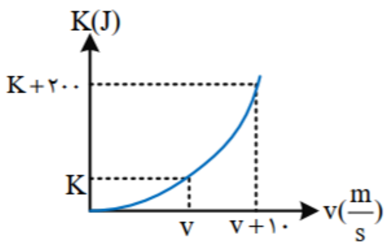
۳

$$AB \text{ در مسیر } \Delta U_{AB} = mg\Delta h \rightarrow \Delta U_{AB} = ۶\times۱۰\times(-۰/۲) = -۱۲J$$

$$W_{BC} = +۱۵J \xrightarrow{\Delta U=-W_{mg}} \Delta U_{BC} = -۱۵J$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۴ با توجه به محورهای نمودار و داشتن دو پارامتر مجهول، برای حذف یکی از آن‌ها، از تغییرات انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:



$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\rightarrow (K+۲۰۰) - K = \frac{۱}{۲}\times۲\left((v+۱۰)^۲ - v^۲\right)$$

$$\rightarrow ۲۰۰ = v^۲ + ۲۰v + ۱۰۰ - v^۲$$

$$\rightarrow ۲۰v = ۱۰۰ \rightarrow v = ۵\frac{m}{s}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵ با توجه به نبود مقاومت هوا و اصطکاک جنبشی، پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است:

$$E_1 = E_2 \to U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

که در آن انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \ , \ U = mgh$$

برای به دست آوردن تندی جسم در نقطه B، بین نقطه‌ی A و B رابطه پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_A = E_B \to U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\xrightarrow[h_B=0]{h_A=3m \ , \ v_A=2\frac{m}{s}} 10\times 3 + \frac{1}{2}\times 2^2 = 0 + \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\to v_B^2 = 64 \to v_B = 8\frac{m}{s}$$

برای به دست آوردن تندی جسم در نقطه C، بین نقطه‌ی A و C رابطهٔ پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_A = E_C \to U_A + K_A = U_C + K_C$$

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\xrightarrow[h_C=1/4m]{h_A=3m \ , \ v_A=2\frac{m}{s}} 10\times 3 + \frac{1}{2}\times 2^2 = 10\times 1/4 + \frac{1}{2}v_C^2$$

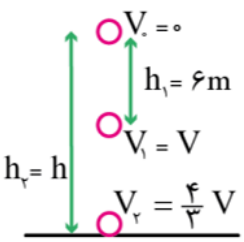
$$\to v_C^2 = 36 \to v_C = 6\frac{m}{s}$$

در نتیجه اختلاف تندی در نقاط B و C برابر است با:

$$v_B - v_C = 8 - 6 = 2\frac{m}{s}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

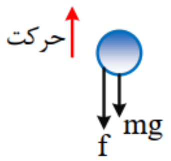
۶ با توجه به درسنامه بالا، چون گلوله در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده است، سرعت آن در هر نقطه از رابطه $v = \sqrt{2gh}$ به دست می‌آید، دقت کنید که h در این رابطه، فاصله از نقطه رها شدن است، پس با توجه به شکل زیر، در نقطه (۱)، $h_1 = 6m$ و در برخورد به زمین، $h_2 = h$ است، پس:



$$\begin{matrix} v_1 = \sqrt{2gh_1} \\ v_2 = \sqrt{2gh_2} \end{matrix} \xrightarrow{\div} \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \to \frac{4}{3} = \sqrt{\frac{h}{6}} \to h = \frac{32}{3}m$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷



هنگامی که جسمی به سمت بالا پرتاب می‌شود تا نقطهٔ اوج خود بالا می‌رود و تندی آن صفر می‌شود. به گلوله در حین حرکت دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود.

در حرکت به سمت بالا کار نیروی وزن منفی خواهد بود و کار نیروی مقاومت هوا همواره منفی می‌باشد.

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_T=\Delta K$$

$$W_{mg}+W_f=\Delta K$$

$$\to -mgh-W_f=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)\xrightarrow[v_1=36\frac{km}{h}=10\frac{m}{s}\ ,\ v_2=0]{m=2kg\ ,\ W_f=10J}$$

$$-2\times10\times h-10=\frac{1}{2}\times2(0^2-10^2)$$

$$\to 20h=90\to h=4/5m$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸

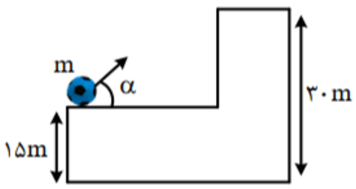
$$Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}\times100\to 80=\frac{P_{\text{مفید}}}{200}\times100\to P_{\text{مفید}}=160W$$

$$P_{\text{مفید}}=\frac{mgh}{t}$$

$$160=\frac{48\times10\times h}{60}\to h=20m$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۹



از آن‌جایی که در این سؤال مقاومت هوا ناچیز است، پایستگی انرژی مکانیکی در آن صدق می‌کند:

$$E_A=E_B\to E_B-E_A=0$$

$$\to \Delta U+\Delta K=0$$

اگر متحرک به سمت بالا پرتاب شود تغییر انرژی پتانسیل آن برابر است با:

$$\Delta U=+mg\Delta h$$

در نتیجه در این سؤال خواهیم داشت:

$$\Delta U+\Delta K=0$$

$$+mg\Delta h+\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)=0$$

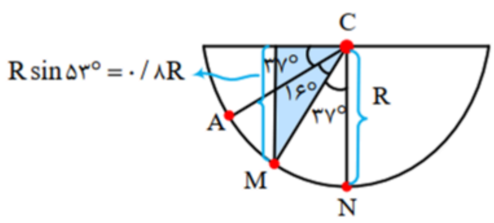
$$m\times10\times(30-15)+\frac{1}{2}m(v_2^2-20^2)=0$$

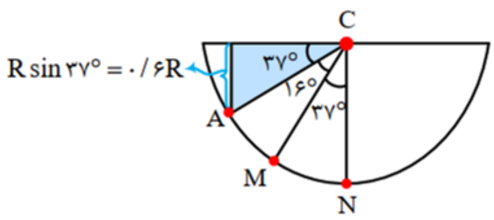
$$150m=-\frac{1}{2}m(v_2^2-400)\to -300=v_2^2-400$$

$$\to v_2^2=400-300=100\to v_2=10\frac{m}{s}$$

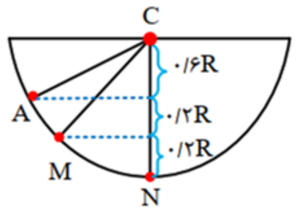
(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰ ابتدا با ایجاد مثلث قائم‌الزاویه تغییر ارتفاع را برحسب شعاع نیم‌کره به‌دست می‌آوریم.





پس می‌توان نتیجه گرفت:



$$\Delta h_{AM} = -0/2R$$
$$\Delta h_{MN} = -0/2R$$
$$\Delta h_{AN} = -0/4R$$

چون تنها نیروی وارد بر جسم mg است پس:

$$\Delta k + \Delta u = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right) + mg\Delta h = 0$$
$$\Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta h$$
$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta h$$
$$AM\ \text{مسیر} \rightarrow v_M^2 - 0^2 = -2g\times(-0/2R)$$
$$v_M = \sqrt{0/4gR}$$
$$AN\ \text{مسیر} \rightarrow v_N^2 - 0^2 = -2g\times(-0/4R)$$
$$v_N = \sqrt{0/8gR}$$
$$\frac{MN\ \text{تغییر تندی در مسیر}}{AM\ \text{تغییر تندی در مسیر}} = \frac{v_N - v_M}{v_M - v_A} = \frac{\sqrt{0/8gR} - \sqrt{0/4gR}}{\sqrt{0/4gR} - 0} = \frac{\sqrt{0/8gR}}{\sqrt{0/4gR}} - \frac{\sqrt{0/4gR}}{\sqrt{0/4gR}} = \sqrt{2} - 1$$

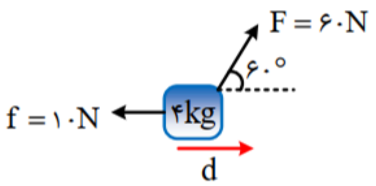
(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱ دو نیروی مؤثر در راستای افقی به جسم وارد شده است که روی جسم کار انجام می‌دهند.

کار نیروی F: $W = Fd\cos\theta$

کار نیروی اصطکاک f: $W = fd\cos\theta \xrightarrow[\cos 180 = -1]{\theta = 180} W = -fd$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:



$$W_T = \Delta K$$
$$W_F + W_f = \Delta K$$
$$Fd\cos\theta - fd = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$
$$\xrightarrow[v_1 = 2\frac{m}{s},\ v_2 = 4\frac{m}{s},\ m = 4kg]{F = 60N,\ f = 10N,\ \theta = 60^\circ} 60\times d\times\cos 60 - 10\times d = \frac{1}{2}\times 4\times(4^2 - 2^2)$$
$$30d - 10d = 24$$
$$20d = 24 \rightarrow d = \frac{24}{20} = 1/2m = 120cm$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲ همان‌طور که در شکل سؤال مشخص شده است، نیروی وزن رو به مرکز زمین و در راستای شعاع مسیر حرکت است، پس بر جابه‌جایی جسم عمود بوده و کار آن صفر است.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۳ تندی حرکت در هر ثانیه $۳\frac{m}{s}$ افزایش می یابد، بنابراین در مدت ۳ ثانیه، تندی به اندازهٔ $۹\frac{m}{s}$ زیاد می‌شود، پس اگر تندی در لحظهٔ $t=۱s$ برابر v باشد، در لحظهٔ $t=۴s$ برابر $v+۹\frac{m}{s}$ می‌شود. برای محاسبهٔ اختلاف انرژی جنبشی در این دو لحظه می‌توان نوشت:

$$K_۴-K_۱=۳۰۶J\rightarrow\frac{۱}{۲}m(v_۴^۲-v_۱^۲)=۳۰۶$$
$$\rightarrow\frac{۱}{۲}\times۴\times\left((v+۹)^۲-v^۲\right)=۳۰۶$$
$$\rightarrow۲\times(۱۸v+۸۱)=۳۰۶$$
$$\rightarrow۱۸v=۷۲\rightarrow v=۴\frac{m}{s}$$

برای آن‌که انرژی جنبشی به $۵۱۲J$ برسد، داریم:

$$K=۵۱۲J\rightarrow\frac{۱}{۲}mv^۲=۵۱۲J\rightarrow\frac{۱}{۲}\times۴v^۲=۵۱۲\rightarrow v=۱۶\frac{m}{s}$$

با توجه به این‌که تندی در هر ثانیه $۳\frac{m}{s}$ زیاد می‌شود و تندی در $t=۱s$ برابر $۴\frac{m}{s}$ است، می‌توان فهمید که ۴ ثانیه بعد، یعنی در لحظهٔ $t=۵s$، تندی به $۱۶\frac{m}{s}$ می‌رسد.

$$\begin{cases}t=۱s\\ v=۴\frac{m}{s}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}t=۲s\\ v=۷\frac{m}{s}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}t=۳s\\ v=۱۰\frac{m}{s}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}t=۴s\\ v=۱۳\frac{m}{s}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}t=۵s\\ v=۱۶\frac{m}{s}\end{cases}$$

دقت کنید برای سادگی می‌توانستیم از رابطهٔ $v=at+v_۰$ هم کمک بگیریم.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۴ کار نیروی تراکتور برابر است با:

$$W=Fd\cos\theta=۰/۰۱\times۱۰^۶\times۱۲\times\underbrace{\cos۳۷^\circ}_{۰/۸}=۹/۶\times۱۰^۴J=۹۶kJ$$

کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k}=-f_kd=-۲/۵\times۱۰^۳\times۱۲=-۳\times۱۰^۴J=-۳۰kJ$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵ در حرکت با شتاب ثابت a، جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی، یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت a تشکیل می‌دهد، بنابراین اگر جابه‌جایی در ثانیهٔ دوازدهم برابر $d_۱$ باشد، جابه‌جایی در ثانیهٔ سیزدهم برابر $d_۱+۴/۵m$ است.

$$W_{۱۳}-W_{۱۲}=۱۳۵J\rightarrow F(d_۱+۴/۵)-Fd_۱=۱۳۵$$
$$\rightarrow۴/۵\times F=۱۳۵\rightarrow F=۳۰N$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶ سه نیروی $F_۱$، $F_۲$ و $F_۳$ و نیروی اصطکاک روی جسم کار انجام می‌دهند. دقت کنید که کار نیروهای وزن و عمودی تکیه‌گاه صفر است و نیازی به در نظر گرفتن آن‌ها نداریم.

$$W_۱ = F_۱ d\cos(۱۸۰^\circ - ۳۷^\circ) = ۴۰\times۱۲\times(-۰/۸) = -۳۸۴J$$

$$W_۲ = F_۲ d\cos(۵۳^\circ) = ۲۰\times۱۲\times۰/۶ = ۱۴۴J$$

$$W_۳ = F_۳ d\cos(۹۰^\circ) = ۰$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -۱۴\times۱۲ = -۱۶۸J$$

$$\to W_{کل} = W_۱ + W_۲ + W_۳ + W_{f_k} = -۴۰۸J$$

در ادامه با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K_۲ - K_۱ = W_{کل} \to \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = W_{کل}$$

$$\to \frac{۱}{۲}\times۶\times(۸^۲ - v_۱^۲) = -۴۰۸$$

$$\to ۶۴ - v_۱^۲ = -۱۳۶ \to v_۱^۲ = ۲۰۰ \to v_۱ = ۱۰\sqrt{۲}\,\frac{m}{s}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۷ ابتدا به کمک مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، جابه‌جایی آسانسور به سمت بالا را بدست می‌آوریم.

$$d = \frac{۵+۱۵}{۲}\times۴ = ۴۰m$$

کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{وزن} = -mgd = -۲۰\times۱۰\times۴۰ = -۸۰۰۰J = -۸kJ$$

با توجه به آن‌که تندی اولیه و نهایی جسم برابر است، طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی جسم صفر است و در نتیجه کار نیروی کف آسانسور قرینهٔ کار وزن است.

$$W_N = -W_{وزن} = -(-۸kJ) = +۸kJ$$

همچنین دقت کنید که در ۲ ثانیهٔ سوم، تندی جسم ثابت است و در نتیجه کار کل انجام شده روی آن صفر است.

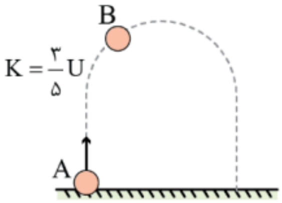
مطابق توضیحات فوق، هر سه عبارت صحیح هستند.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸ **گام اول:**

محاسبه ارتفاع h_1:

با توجه به شکل مقابل و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

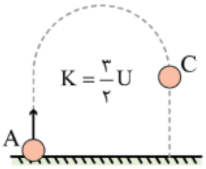


$$E_A=E_B \rightarrow K_A+U_A=K_B+U_B \xrightarrow[K_B=\frac{3}{5}U_B]{U_A=0} K_A+0=\frac{3}{5}U_B+U_B$$

$$\rightarrow K_A=\frac{8}{5}U_B \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2=\frac{8}{5}\times mgh_1 \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{v_A=20\frac{m}{s}} \frac{1}{2}\times(20)^2=\frac{8}{5}\times 10 h_1$$

$$\rightarrow 200=16h_1 \rightarrow h_1=12/5\,m$$

گام دوم:



محاسبهٔ ارتفاع h_2:

با توجه به شکل مقابل و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$E_A=E_C \rightarrow K_A+U_A=K_C+U_C \xrightarrow[K_C=\frac{3}{2}U_C]{U_A=0} K_A+0=\frac{3}{2}U_C+U_C$$

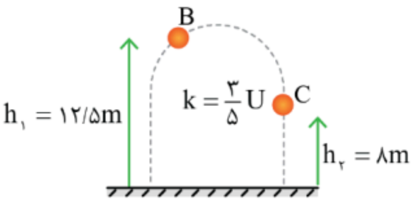
$$\rightarrow K_A=\frac{5}{2}U_C \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2=\frac{5}{2}\times mgh_2 \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{v_A=20\frac{m}{s}} \frac{1}{2}\times(20)^2=\frac{5}{2}\times 10 h_2$$

$$\rightarrow 200=25h_2 \rightarrow h_2=8m$$

گام سوم:

محاسبهٔ کار نیروی وزن وارد بر گلوله:

با توجه به شکل مقابل داریم:



$$W_{mg}=\pm mgh \xrightarrow[\text{پایین می‌آید}\ (+)]{\text{جسم در جابه‌جایی از ارتفاع } h_1 \text{ تا } h_2} W_{mg}=+mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_{mg}=+4\times10^{-1}\times10\times(12/5-8)=+18\,J$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۹ انرژی مکانیکی اولیهٔ جسم برابر است با:

$$\begin{cases} K_1=\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}\times2\times10^2=100\,J \\ U_1=mgh=2\times10\times10=200\,J \end{cases} \rightarrow E_1=U_1+K_1=300\,J$$

۷۵ درصد انرژی جنبشی اولیه، یعنی $75J$ از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی تبدیل می‌شود، بنابراین انرژی مکانیکی نهایی جسم برابر $E_2=E_1-75=225J$ خواهد بود و در نتیجه تندی جسم هنگام رسیدن به زمین برابر می‌شود با:

$$K_2=225J\ ,\ K=\frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 225=\frac{1}{2}\times2\times v^2 \rightarrow v=15\frac{m}{s}$$

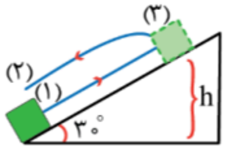
(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۰ کار نیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت برابر است با:

$$\begin{cases} E_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۶\times ۱۰^۲ = ۳۰۰J \\ E_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۶\times ۸^۲ = ۱۹۲J \end{cases} \rightarrow W_{f_k} = E_۲ - E_۱ = -۱۰۸J$$

چون نیروی اصطکاک ثابت است، کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت برابر $\frac{-۱۰۸}{۲} = -۵۴J$ است و در نتیجه انرژی مکانیکی جسم در بالاترین نقطهٔ مسیر برابر است با:

$$E_۳ = E_۱ - ۵۴ = ۳۰۰ - ۵۴ = ۲۴۶J$$



بنابراین ارتفاع بالاترین نقطهٔ مسیر برابر است با:

$$E_۳ = \overset{\text{صفر}}{\cancel{K_۳}} + U_۳ \rightarrow ۲۴۶ = ۶\times ۱۰\cdot h \rightarrow h = ۴/۱m$$

بنابراین در نیمهٔ راه رو به بالا، جسم در ارتفاع ۲/۰۵ متری قرار دارد و نیروی اصطکاک هم ۲۷J از انرژی را تلف کرده است.

$$E_{\text{نیمه راه}} = U_{\text{نیمه راه}} + K_{\text{نیمه راه}} \rightarrow ۳۰۰ - ۲۷ = mg\times ۲/۰۵ + K_{\text{نیمه راه}}$$

$$\rightarrow ۲۷۳ = (۶\times ۱۰\times ۲/۰۵) + K_{\text{نیمه راه}} \rightarrow K_{\text{نیمه راه}} = ۱۵۰J$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۱ بین محل پرش و بالاترین نقطهٔ مسیر از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

$$E_۱ = E_۲ \rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = mgh + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲}\times (۴۰)^۲ = (۱۰\times h) + \frac{۱}{۲}\times ۳۰^۲$$

$$\rightarrow ۸۰۰ = ۱۰h + ۴۵۰ \rightarrow h = ۳۵m$$

دقت کنید که در روابط فوق، تندی‌ها باید برحسب $\frac{m}{s}$ جایگذاری شوند. $v_۱ = ۱۴۴\frac{km}{h} = ۴۰\frac{m}{s}$ ， $v_۲ = ۱۰۸\frac{km}{h} = ۳۰\frac{m}{s}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۲

گام اول:

توان خروجی تلمبه برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh + \frac{۱}{۲}mv^۲}{\Delta t} = \frac{(\rho V)gh + \frac{۱}{۲}(\rho V)v^۲}{\Delta t}$$

$$\rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{(۱۰۲۰\times ۰/۳\times ۱۰\times ۱۵) + (\frac{۱}{۲}\times ۱۰۲۰\times ۰/۳\times ۱۰^۲)}{۶۰} = ۱۰۲۰W$$

گام دوم:

بازدهٔ تلمبه برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times ۱۰۰ = \frac{۱۰۲۰}{۲۰۰۰}\times ۱۰۰ = ۵۱\%$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۳ انرژی پتانسیل و جنبشی گلوله به گرما تبدیل شده و به مجموعه آب و مس داده می‌شود اگر دمای نهایی را θ_e در نظر بگیریم داریم:

$$m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{\text{آب}})+m_{\text{مس}}c_{\text{مس}}(\theta_e-\theta_{\text{مس}})=mgh+\frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$۰/۲\times۴۲۰۰(\theta_e-۰)+۰/۱\times۴۰۰(\theta_e-۲۰)=۰/۱\times۱۰\times۶۰+\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times۴۰۰$$

$$۸۴۰\theta_e+۴۰\theta_e-۸۰۰=۶۰+۲۰\rightarrow۸۸۰\theta_e=۸۸۰\rightarrow\theta_e=۱^\circ C$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۴ چون جرم، ثابت است، انرژی جنبشی با مجذور تندی رابطهٔ مستقیم دارد، بنابراین:

$$K_B=۲۵K_A\xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}}v_B=۵v_A\rightarrow v+۴=۵v$$

$$\rightarrow v=۱\frac{m}{s}\rightarrow v_B=۵\frac{m}{s},\ v_C=۱۰\frac{m}{s}$$

حال تغییر انرژی جنبشی متحرک را در مسیر BC محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta K_{BC}=\frac{۱}{۲}m(v_C^{۲}-v_B^{۲})=\frac{۱}{۲}\times۴۰۰\times(۱۰^{۲}-۵^{۲})$$

$$\rightarrow\Delta K_{BC}=۱۵۰۰۰J=۱۵kJ$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۵ تندی هواپیما ۲۵ درصد کاهش یافته است، بنابراین:

$$v_۲=v_۱-\frac{۲۵}{۱۰۰}v_۱\rightarrow v_۲=\frac{۳}{۴}v_۱$$

چون جرم، ثابت است، انرژی جنبشی با مجذور تندی رابطهٔ مستقیم دارد، بنابراین:

$$v_۲=\frac{۳}{۴}v_۱\rightarrow K_۲=\frac{۹}{۱۶}K_۱$$

از طرفی ارتفاع $۴۲۰۰m$ کاهش یافته است، بنابراین:

$$h_۲=۹۶۰۰-۴۲۰۰=۵۴۰۰m$$

$$\rightarrow\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{۵۴۰۰}{۹۶۰۰}=\frac{۹}{۱۶}\rightarrow h_۲=\frac{۹}{۱۶}h_۱\rightarrow U_۲=\frac{۹}{۱۶}U_۱$$

هم انرژی جنبشی و هم انرژی پتانسیل $\frac{۹}{۱۶}$ برابر شده، پس انرژی مکانیکی نیز $\frac{۹}{۱۶}$ برابر می‌شود، بنابراین:

$$E_۲=\frac{۹}{۱۶}E_۱=\frac{۹}{۱۶}\times۳/۲\times۱۰^{۹}=۱/۸\times۱۰^{۹}$$

بنابراین تغییرات انرژی مکانیکی هواپیما برابر است با:

$$\Delta E=۱/۸\times۱۰^{۹}-۳/۲\times۱۰^{۹}=-۱/۴\times۱۰^{۹}j$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶ چون در صورت سؤال شتاب داده‌شده است، کار کل را از رابطهٔ $W_t=ma\,d\cos\theta$ به‌دست می‌آید:

$$W_t=ma\,d\cos\theta=(۶۵+۱۵)\times۰/۴\times۵\times\cos۰=۱۶۰J$$

همان‌طور که می‌دانیم کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است، بنابراین:

$$W_t=K_۲-K_۱\rightarrow۱۶۰=\frac{۱}{۲}m(v_۲^{۲}-v_۱^{۲})$$

$$\rightarrow۱۶۰=\frac{۱}{۲}\times۸۰\otimes(v_۲^{۲}-۰)\rightarrow v_۲=۲\frac{m}{s}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷ با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و B می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^{۲} = mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۰\times ۱۰ + \frac{۱}{۲}\times\left(۱۰\sqrt{۲}\right)^{۲} = ۱۰\times ۷/۵ + \frac{۱}{۲}\times v_B^{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰ + ۱۰۰ = ۷۵ + \frac{۱}{۲}v_B^{۲} \Rightarrow v_B = ۵\sqrt{۱۰}\,\frac{m}{s}$$

تندی در نقطهٔ C ، ٪۲۰ بیشتر از نقطهٔ B است، بنابراین:

$$v_C = \frac{۱۲۰}{۱۰۰}v_B = \frac{۱۲۰}{۱۰۰}\times ۵\sqrt{۱۰} = ۶\sqrt{۱۰}\,\frac{m}{s}$$

با استفاده ازقانون پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و C می‌توان نوشت:

$$E_A = E_C \Rightarrow mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^{۲} = mgh_C + \frac{۱}{۲}mv_C$$

$$\Rightarrow ۱۰\times ۱۰ + \frac{۱}{۲}\times\left(۱۰\sqrt{۲}\right)^{۲} = ۱۰h_C + \frac{۱}{۲}\left(۶\sqrt{۱۰}\right)^{۲}$$

$$\Rightarrow ۲۰۰ = ۱۰h_C + ۱۸۰ \Rightarrow h_C = ۲m$$

بنابراین در جابه‌جایی ازنقطهٔ B تا نقطهٔ C، جسم پایین آمده‌است و کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg} = -\Delta U \Rightarrow W_{mg} = -mg\left(h_C - h_B\right) = -۳\times ۱۰\times\left(۲ - ۷/۵\right) = ۱۶۵J$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۸ چون بسته از درون بالون رها شده است، پس سرعت اولیهٔ بسته برابر سرعت بالون در همان لحظه می‌باشد.

$$v_۱ = ۵\frac{m}{s}$$

بر بسته دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شوند. قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را برای بسته در حالتی که مقاومت وجود دارد، می‌نویسیم:

$$W_{mg} + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\rightarrow W_{mg} - ۲۰۰۰ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times(۱۵^۲ - ۵^۲) \rightarrow W_{mg} = ۳۰۰۰J$$

اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، تنها نیروی وارد بر بسته نیروی وزن است که در هر دو حالت کار این نیرو یکسان است:

$$W_{mg} = \frac{۱}{۲}m(v_۲'^۲ - v_۱^۲)$$

$$\rightarrow ۳۰۰۰ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times(v_۲'^۲ - ۵^۲) \rightarrow v_۲'^۲ = ۶۲۵ \rightarrow v_۲' = ۲۵\frac{m}{s}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۹ اندازهٔ نیروی اصطکاک را از شروع حرکت تا نقطهٔ A به‌دست می آوریم:

$$E_A = E_{\text{اولیه}} + W_{f_k} \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_0^2 - f_k d$$

$$\xrightarrow[d=2h_A=25m]{\sin 30^\circ=\frac{1}{2}} = 1\times 10\times 12/5 = \frac{1}{2}\times 1\times 20^2 - f_k\times 25$$

$$\Rightarrow 125 = 200 - 25f_k \Rightarrow f_k = 3N$$

انرژی مکانیکی جسم در نقطهٔ A برابر $E_A = mgh_A = 125J$ است. کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی از نقطهٔ B تا نقطهٔ A برابر است با:

$$W_{f_{BA}} = -f_k d_{AB} = -3\times(2\times 12/5 - 2\times 8/5) = -24J$$

بنابراین قبل از رسیدن به نقطهٔ A، به هنگام عبور از نقطهٔ B ، انرژی مکانیکی جسم برابر $125+24=149J$ است و بعد از رسیدن به نقطهٔ A و تغییر جهت، هنگام عبور دوم از نقطهٔ B، انرژی مکانیکی برابر $125-24=101J$ است.

بار اول عبور از نقطهٔ B: $E_{1_B} = U_B + K_{1_B} \Rightarrow 149 = 1\times 10\times 8/5 + K_{1_B}$

$$\Rightarrow K_{1_B} = 64J \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{1_B}^2 = 64 \Rightarrow v_{1_B} = 8\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

بار دوم عبور از نقطهٔ B: $E_{2_B} = U_B + K_{2_B} \Rightarrow 101 = 1\times 10\times 8/5 + K_{2_B}$

$$\Rightarrow K_{2_B} = 16J \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{2_B}^2 = 16 \Rightarrow v_{2_B} = 4\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

اختلاف تندی برابر است با:

$$v_{1_B} - v_{2_B} = 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

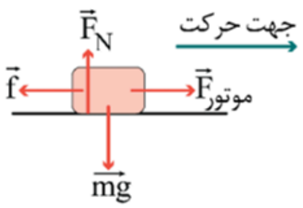
۳۰ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را نوشته و کار کل را محاسبه می‌کنیم:

$$v_1 = 36\frac{km}{h} = 10\frac{m}{s} \qquad v_2 = 72\frac{km}{h} = 20\frac{m}{s}$$

$$W_t = K_2 - K_1 \rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\rightarrow W_t = \frac{1}{2}\times 1000\times(20^2 - 10^2) \rightarrow W_t = 150000J$$

تمام نیروهای وارد بر خودرو را رسم می‌کنیم:



چون خودرو افقی حرکت کرده است W_{mg} و W_{F_N} برابر صفر است:

$$W_{mg} = 0 \qquad W_{F_N} = 0$$

کار کل برابر جمع جبری تمامی کارها است. بنابراین:

$$W_t = W_{mg} + W_{F_N} + W_f + W_{\text{موتور}}$$

$$\rightarrow 150000 = 0 + 0 - 50000 + W_{\text{موتور}} \rightarrow W_{\text{موتور}} = 200000J$$

حالا توان نیروی موتور را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{موتور}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{200000}{5} = 40000W = 40kW$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱

در ابتدا آب ساکن و در پایان آب با تندی $۵\frac{m}{s}$ از پمپ خارج می‌شود، پس پمپ انرژی جنبشی آب را افزایش داده است. از طرفی ارتفاع آب هم زیاد شده است، پس انرژی پتانسیل گرانشی آب را هم افزایش داده است. پس کار مفیدی که پمپ روی آب انجام داده باعث تغییر انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی آب شده است:

$$W_{\text{مفید}} = \Delta U + \Delta K = mg\Delta h + \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

توان مفید پمپ $P = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t}$

$$\rightarrow \text{توان مفید پمپ } P = \frac{mg\Delta h + \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)}{\Delta t}$$

$$\rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{۲۴۰\times۱۰\times۲۰ + \frac{۱}{۲}\times۲۴۰\times(۵^۲ - ۰)}{۲\times۶۰} = ۴۲۵W$$

با توجه به رابطهٔ بازده داریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}\times۱۰۰ \rightarrow ۸۵ = \frac{۴۲۵}{P_{\text{کل}}}\times۱۰۰ \rightarrow P_{\text{کل}} = ۵۰۰\,W$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۲

بررسی گزینه‌ها:

۱) هنگامی که جسمی به جرم m به اندازهٔ h پایین می‌آید، کار نیروی وزن از رابطهٔ $W = mgh$ به‌دست می‌آید. چون تغییر ارتفاع دو گلوله و جرم آن‌ها برابر است، کار نیروی وزن آن‌ها نیز برابر است. (✓)

۲) دقت کنید تکانهٔ گلوله‌ها هم‌اندازه است ولی جهت آن‌ها متفاوت است، بنابراین با توجه به این‌که تکانه کمیتی برداری است، بردار تکانهٔ دو گلوله باهم برابر نیست و گزینهٔ (۲) نادرست است. (✗)

۳) طبق اصل پایستگی انرژی چون انرژی مکانیکی دو گلوله در ابتدا برابر است، انرژی مکانیکی آن‌ها هنگام رسیدن به زمین نیز برابر است و در نتیجه گلوله‌ها با تندی برابری به زمین می‌رسند. (✓)

۴) تندی اولیه و نهایی گلوله‌ها یکسان است، پس طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی آن‌ها نیز برابر است. (✓)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳

گام اول:

کار نیروی وزن گلوله برابر است با:

$$W_{mg} = -mgh = -m\times۱۰\times۱/۵ = -۱۵m$$

گام دوم:

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{\text{کل}} = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right) \Rightarrow W_{\text{شخص}} + W_{mg} = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right)$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} - ۱۵m = \frac{۱}{۲}m\left(۱۵^۲ - ۰\right) = ۱۱۲/۵m$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} = ۱۲۷/۵m \Rightarrow \frac{W_{\text{شخص}}}{W_{mg}} = \frac{۱۲۷/۵m}{-۱۵m} = -\frac{۱۷}{۲}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۴

گام اول:

برای محاسبهٔ توان ورودی بالابرها می‌توان از رابطهٔ مقابل استفاده کرد:

$$\begin{cases} P_{\text{خروجی}} = \dfrac{mgh}{\Delta t} = \dfrac{\rho Vgh}{\Delta t} \\ Ra = \dfrac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \dfrac{P_{\text{خروجی}}}{Ra} \end{cases} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \dfrac{\rho Vgh}{Ra \times \Delta t}$$

گام دوم:

مقایسهٔ توان ورودی بالابرهای A و B:

$$\frac{P_{B\,\text{ورودی}}}{P_{A\,\text{ورودی}}} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \times \frac{h_B}{h_A} \times \frac{Ra_A}{Ra_B} \times \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{B\,\text{ورودی}}}{P_{A\,\text{ورودی}}} = ۱ \times \frac{۴۰}{۶۰} \times \frac{۱۲}{۱۰} \times \frac{۴۰}{۲۰} \times ۱ = ۱/۶$$

گام سوم:

مقایسهٔ توان ورودی بالابرهای A و C:

$$\frac{P_{C\,\text{ورودی}}}{P_{A\,\text{ورودی}}} = \frac{\rho_C}{\rho_A} \times \frac{V_C}{V_A} \times \frac{h_C}{h_A} \times \frac{Ra_A}{Ra_C} \times \frac{\Delta t_A}{\Delta t_C}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{C\,\text{ورودی}}}{P_{A\,\text{ورودی}}} = \frac{۸}{۱۰} \times \frac{۸۰}{۶۰} \times \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۴۰}{۳۰} \times ۱ = \frac{۶۴}{۷۵}$$

$$\Rightarrow P_{B\,\text{ورودی}} > P_{A\,\text{ورودی}} > P_{C\,\text{ورودی}}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۵

گام اول:

در حالت اول که مقاومت هوا نیست پس پایستگی انرژی مکانیکی داریم.

$$E_۱ = E_۲ \to K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \to \frac{۱}{۲} m \times ۳۰^۲ + ۰ = ۰ + m \times ۱۰ \times h_۱ \to h_۱ = ۴۵m$$

گام دوم:

در حالت دوم ۱۰ درصد انرژی جنبشی اولیه تلف می‌شود، پس داریم:

$$W_f = E'_۲ - E'_۱ \to -\frac{۱}{۱۰} K'_۱ = (K'_۲ + U'_۲) - (K'_۱ + U'_۱)$$

$$-\frac{۱}{۱۰} \times \frac{۱}{۲} \times ۱/۶ \times ۳۰^۲ = (۰ + ۱/۶ \times ۱۰ \times h_۲) - (\frac{۱}{۲} \times ۱/۶ \times ۳۰^۲ + ۰)$$

$$-۷۲ = ۱۶h_۲ - ۷۲۰ \to h_۲ = ۴۰/۵m$$

بنابراین داریم:

$$\frac{h_۲}{h_۱} = \frac{۴۰/۵}{۴۵} = ۰/۹$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۶ برای محاسبهٔ تغییرات انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\rightarrow 36 = \frac{1}{2}\times 3\times\left((v_1+4)^2 - v_1^2\right) = \frac{3}{2}\times(8v_1+16)$$

$$\rightarrow 24 = 8v_1 + 16 \rightarrow v_1 = 1\frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی اولیهٔ جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\times 3\times 1 = 1/5J$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۷ توان مفید نیروگاه آبی به صورت انرژی الکتریکی است، اما توان ورودی آن از طریق انرژی پتانسیل گرانشی آب ذخیره شده پشت سد تأمین می‌شود.

$$E_{\text{ورودی}} = mg\Delta h$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$60 = \frac{E_{\text{خروجی}}}{2/25\times 10^4\times 10\times 80}\times 100 \rightarrow E_{\text{خروجی}} = 108\times 10^5 J$$

بنابراین با این انرژی خروجی داریم:

$$\frac{\text{انرژی خروجی نیروگاه}}{\text{انرژی مصرفی روزانه خانه}} = \frac{108\times 10^5}{2000\times 3600} = 1/5\ \text{روز}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۸ چون مقاومت هوا نداریم پس انرژی مکانیکی پایسته است.

$$E_1 = E_2 \xrightarrow[\text{گرانشی می‌گیریم}]{\text{محل پرتاب را مبدأ انرژی پتانسیل}} \frac{1}{2}m\times 20^2 + 0 = 0 + m\times 10\times h \Rightarrow h = 20m$$

۶۰ درصد مسیر برابر $0/60\times 20m = 12m$ می‌شود، بنابراین ارتفاع آن از سطح زمین برابر $12+1 = 13m$ می‌شود و تندی آن برابر است با:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}\times m\times 20^2 + 0 = \frac{1}{2}m\times v^2 + m\times 10\times 12 \Rightarrow 200 = \frac{v^2}{2} + 120$$

$$\Rightarrow v^2 = 160 \Rightarrow v = 4\sqrt{10}\frac{m}{s}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۹ دو بار از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$\text{بار اول:}\begin{cases} v_1 = 0 \\ v_2 = 6\frac{m}{s}\end{cases} \Rightarrow W_{\text{کل}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 498 = \frac{1}{2}m(6^2 - 0) \Rightarrow m = \frac{83}{3}kg$$

$$\text{بار دوم:}\begin{cases} v_2 = 6\frac{m}{s} \\ v_3 = 3\times 6 = 18\frac{m}{s}\end{cases} \Rightarrow W'_{\text{کل}} = \frac{1}{2}m(v_3^2 - v_2^2) \Rightarrow W'_{\text{کل}} = \frac{1}{2}\times\frac{83}{3}\times\overbrace{(18^2 - 6^2)}^{12\times 24} \Rightarrow W'_{\text{کل}} = \frac{83}{6}\times 12\times 24 = 3984J$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۴۰ کار تلمبه صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و جنبشی آب می‌شود، بنابراین داریم:

$$m=\rho V=1000\frac{kg}{m^3}\times 80L\times\frac{1m^3}{1000L}=80kg$$

$$W=mgh+\frac{1}{2}mv^2=80\times 10\times 15+\frac{1}{2}\times 80\times 6^2$$

$$\Rightarrow W=12000+1440=13440J$$

توان مفید برابر است با:

$$P=\frac{W}{\Delta t}=\frac{13440}{1}=13440W=13/44kW$$

بنابراین بازده تلمبه برابر است با:

$$Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}}\Rightarrow Ra=\frac{13/44}{20}=\frac{67/2}{100}=67/2\%$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۱

$$\text{قضیهٔ کار - انرژی جنبشی}: W_t=\Delta K\Rightarrow W_{\text{وزن}}+W_{\text{مقاومت هوا}}=K_2-K_1\Rightarrow mgd+W_{\text{مقاومت هوا}}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow 2\times 10\times 10+W_{\text{مقاومت هوا}}=\frac{1}{2}\times 2\times(8^2-2^2)\Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}}=-140J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۲

$$\text{بازده برحسب درصد}=\frac{\text{انرژی خروجی (کار مفید)}}{\text{انرژی ورودی}}\times 100\Rightarrow 80=\frac{\text{انرژی خروجی (کار مفید)}}{5\times 10^5}\times 100\Rightarrow \text{کار مفید}=4\times 10^5J$$

$$\text{کار مفید جرثقیل}=mg\Delta h=2000\times 10\times h\Rightarrow 4\times 10^5=20000h\Rightarrow h=20m$$

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\Rightarrow mgh+0=0+\frac{1}{2}mv_2^2\Rightarrow 2000\times 10\times 20=\frac{1}{2}\times 2000v_2^2\Rightarrow v_2^2=400\Rightarrow v_2=20\frac{m}{s}$$

توجه کنید که نیازی به محاسبهٔ h نبود و از همان ابتدا می‌توانستیم کار مفید جرثقیل را به‌عنوان انرژی مکانیکی اولیهٔ اتومبیل در نظر بگیریم.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۳

$$W_{\text{وزن}}=-\Delta U_{\text{گرانشی}}=-(U_2-U_1)=-mg(h_2-h_1)=-0/2\times 10\times(4-12)=16J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۴۴

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{\text{وزن}}+W_{\text{موتور}}=K_2-K_1\Rightarrow -mg\Delta h+W_{\text{موتور}}=0\Rightarrow W_{\text{موتور}}=mg\Delta h=500\times 10\times 9=45000J$$

$$P_{av}=\frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{45000}{3000}=15s$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۵

$$K_2=K_1+5/4=1/8+5/4=7/2J$$

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2\Rightarrow\frac{7/2}{1/8}=(\frac{v_2}{3})^2$$

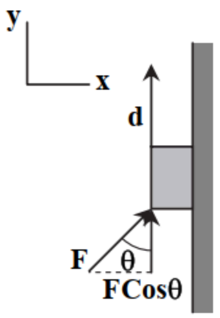
$$\Rightarrow 4=(\frac{v_2}{3})^2\Rightarrow 2=\frac{v_2}{3}\Rightarrow v_2=6\frac{m}{s}$$

$$v_2-v_1=6-3=3\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۶ چون جابه‌جایی جسم در امتداد محور x صفر است، کار مؤلفهٔ $\vec{i}$ نیرو $(F_x = 40N)$ صفر خواهد بود و فقط مؤلفهٔ $\vec{j}$ کار انجام می‌دهد:

$$W = (F\cos\theta)d = 30 \times 5 = 150J$$



(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

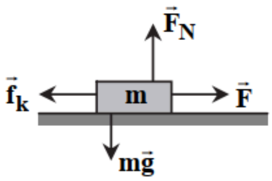
۴۷ طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{F_N} + W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$

کار نیروهای $\vec{F}_N$ و $m\vec{g}$ برابر صفر است، زیرا بر جابه‌جایی عمود هستند.

$$W_F + W_{f_k} = 120 - 0 \Rightarrow 20 \times 8 \times \cos 0^\circ + f_k \times 8 \times \cos 180^\circ = 120$$

$$\Rightarrow 160 - f_k \times 8 = 120 \Rightarrow f_k = 5N$$



(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

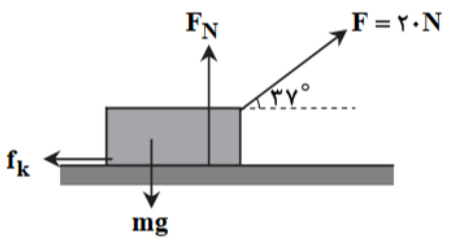
۴۸ با توجه به اینکه قایق‌ها در ابتدا ساکن بوده و نیروی وارد بر آن‌ها ($\vec{F}$) ثابت است، هر دو قایق در راستای نیروی $\vec{F}$ حرکت می‌کنند؛ بنابراین برای هرکدام از قایق‌ها، بردارهای نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند.

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی: $W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} = W_F + 0 + 0 = \Delta K \Rightarrow W_t = W_F = K_2 - K_1$

$$\left.\begin{aligned} &\text{A قایق}: W_{t_A} = F \times d\cos 0^\circ = (\frac{1}{2}mv_A^2 - 0) \Rightarrow v_A^2 = \frac{2Fd}{m} \\ &\text{B قایق}: W_{t_B} = F \times 2d\cos 0^\circ = (\frac{1}{2} \times 2m \times v_B^2 - 0) \Rightarrow v_B^2 = \frac{2Fd}{m} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 1$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۹ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_F + W_{F_N} + W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$

$$F \cdot d \cdot \cos 37^\circ + F_N \cdot d \cdot \cos 90^\circ + mgd\cos 90^\circ + f_k \cdot d \cdot \cos 180^\circ = K_2 - 0$$

$$\Rightarrow 20 \times 5 \times 0/8 + 0 + 0 + 8 \times 5 \times (-1) = \frac{1}{2} \times 20 \times v^2 \Rightarrow 80 - 40 = 10v^2 \Rightarrow v = 2\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۰

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = 0 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = -W_{\text{وزن}} = \Delta U$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} = mg\Delta h = 5 \times 10 \times (1 - 0/2) = 40J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۱

راه‌حل اول:

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی : $W_t = \Delta K = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}m(v_۱ + ۵)^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$

$$\Rightarrow ۲۵۰ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + \frac{۱}{۲}m \times ۵^۲ + \frac{۱}{۲}m \times ۱۰v_۱ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow ۲۵۰ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۲۵ + \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۰v_۱ \Rightarrow ۲۵۰ = ۵۰ + ۲۰v_۱ \Rightarrow v_۱ = ۱۰\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم:

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی : $W_t = \Delta K = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}m(v_۲ - v_۱)(v_۲ + v_۱) \Rightarrow ۲۵۰ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۵ \times (v_۲ + v_۱) \Rightarrow ۲۵ = v_۲ + v_۱$

$$\begin{cases} v_۲ - v_۱ = ۵ \\ v_۲ + v_۱ = ۲۵ \end{cases} \Rightarrow v_۱ = ۱۰\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۲

$$\Delta U = mgh_۲ - mgh_۱ = ۰/۶ \times ۱۰ \times (۸ - ۱۲) = -۲۴J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۵۳

$$h = \sqrt{۲۵^۲ - ۱۵^۲} = ۲۰m$$

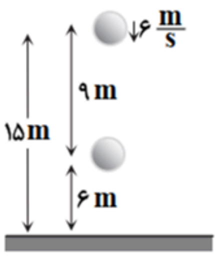
$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow K_A + mgh_A = K_B + mgh_B$$

$$\Rightarrow ۴۵۰ + m \times ۱۰ \times ۲۰ = ۱۲۵۰ + ۰ \Rightarrow m = ۴kg$$

$$K_B = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \Rightarrow ۱۲۵۰ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times v_B^۲ \Rightarrow v_B = ۲۵\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۴



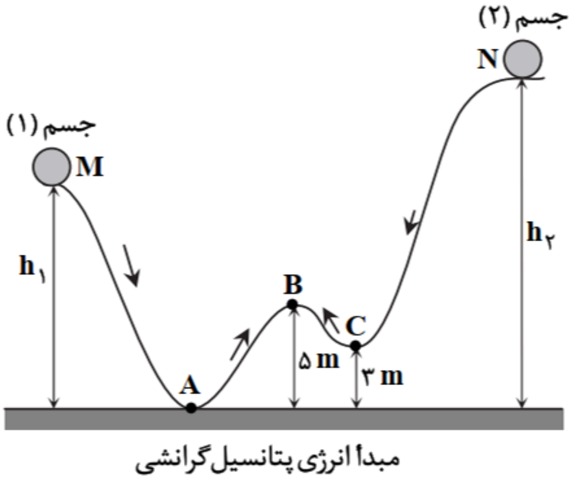
$$U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \Rightarrow mgh_۱ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۱۵ + \frac{۱}{۲} \times ۶^۲ = ۱۰ \times ۶ + \frac{۱}{۲}v_۲^۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۲۱۶$$

$$\frac{K_۲}{K_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} = \frac{v_۲^۲}{v_۱^۲} = \frac{۲۱۶}{۳۶} = ۶$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۵ چون سطوح بدون اصطکاک هستند، انرژی مکانیکی هر دو جسم پایسته می‌ماند. وقتی جسم (۱) از نقطهٔ A تا نقطهٔ B بالا می‌رود، انرژی جنبشی آن به‌اندازهٔ $۶۵۰-۴۰۰=۲۵۰J$ کم می‌شود و به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود. همچنین وقتی جسم (۲) از نقطهٔ C تا نقطهٔ B بالا می‌رود، انرژی پتانسیل گرانشی آن $۴۴۰-۴۰۰=۴۰J$ افزایش می‌یابد.



جسم (۱):

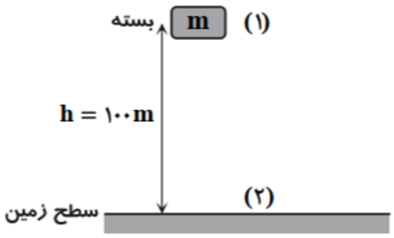
$$E_A=E_B \Rightarrow K_A+U_A=K_B+U_B$$
$$\Rightarrow ۶۵۰+U_A=۴۰۰+U_B \Rightarrow U_B-U_A=۲۵۰J$$
$$m_۱\times g\times h_{AB}=۲۵۰ \Rightarrow m_۱\times ۱۰\times ۵=۲۵۰ \Rightarrow m_۱=۵kg$$
$$E_M=E_B \Rightarrow m_۱gh_۱=K_B+U_B$$
$$\Rightarrow ۵۰h_۱=۴۰۰+۲۵۰ \Rightarrow ۵۰h_۱=۶۵۰ \Rightarrow h_۱=۱۳m$$

جسم (۲):

$$E_C=E_B \Rightarrow ۴۴۰+U_C=۴۰۰+U_B \Rightarrow U_B-U_C=۴۰J$$
$$m_۲gh_{BC}=۴۰ \Rightarrow m_۲\times ۱۰\times ۲=۴۰ \Rightarrow m_۲=۲kg$$
$$E_N=E_B \Rightarrow m_۲gh_۲=K_B+U_B$$
$$\Rightarrow ۲۰h_۲=۴۰۰+(۲\times ۱۰\times ۵)=۵۰۰ \Rightarrow h_۲=۲۵m$$
$$h_۲-h_۱=۲۵-۱۳=۱۲m$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۶ تندی بسته هنگام رها شدن نسبت به ناظر ساکن روی زمین، برابر تندی حرکت بالون است.



$$E_۲-E_۱=W_f \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲-(\frac{۱}{۲}mv_۱^۲+mgh)=W_f$$
$$\Rightarrow W_f=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۴۰^۲-(\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۵^۲+۱۰\times ۱۰\times ۱۰۰)$$
$$\Rightarrow W_f=۸۰۰۰-(۱۲۵+۱۰۰۰۰)=-۲۱۲۵J=-۲/۱۲۵kJ$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۷

$$W_f=E_۲-E_۱ \Rightarrow -\frac{۱}{۱۰}mgh_A=mgh_B-mgh_A$$
$$\Rightarrow -\frac{۱}{۱۰}h_A=h_B-h_A \Rightarrow ۰/۹h_A=h_B$$
$$\Rightarrow ۰/۹\times ۴=h_B \Rightarrow h_B=۳/۶m$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۸

$$\text{بازده برحسب درصد}=\frac{\text{توان یا انرژی خروجی (مفید)}}{\text{توان یا انرژی ورودی (کل)}}\times ۱۰۰$$
$$\Rightarrow ۴۰=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times ۱۰۰ \Rightarrow P_{\text{خروجی}}=۰/۴P_{\text{ورودی}}$$

خطوط انتقال، ۹۰ درصد توان خروجی را به شهر می‌رسانند، پس داریم:

$$P_{\text{مصرفی شهر}}=۰/۹\times ۰/۴\times P_{\text{ورودی}} \Rightarrow ۱۸۰=۰/۹\times ۰/۴\times P_{\text{ورودی}} \Rightarrow P_{\text{ورودی}}=۵۰۰MW$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۹

$$Ra = \frac{P_{av\,\text{مفید}}}{P_{av\,\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{P_{av\,\text{مفید}}}{۵۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow P_{av\,\text{مفید}} = ۴۰kW$$

$$P_{av\,\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow ۴۰۰۰۰ = \frac{۱۰^۴ \times ۱۰ \times ۲۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۵۰s$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۰

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{موتور تلمبه}} = \Delta K$$

$$\Rightarrow -mgh + W_{\text{موتور تلمبه}} = \frac{۱}{۲}mv^۲ - ۰$$

$$\Rightarrow -m \times ۱۰ \times ۴۰ + W_{\text{موتور تلمبه}} = \frac{۱}{۲} \times m \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور تلمبه}} = ۵۰m + ۴۰۰m = ۴۵۰m$$

$$P_{av} = \frac{W_{\text{موتور تلمبه}}}{\Delta t} \Rightarrow ۱۵۰۰۰ = \frac{۴۵۰m}{۵ \times ۶۰} \Rightarrow m = ۱۰۰۰۰kg = ۱۰ton$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۱

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times v^۲ \Rightarrow v^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow v = ۲۰\frac{m}{s}$$

$$v = ۲۰\frac{m}{s} = ۲۰\frac{m}{s} \times (\frac{۱km}{۱۰^۳m}) \times (\frac{۳۶۰۰s}{۱h}) = ۲۰ \times \frac{۳۶۰۰}{۱۰^۳} = ۲۰ \times ۳/۶ = ۷۲\frac{km}{h}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۶۲

$$E = U_۱ + K_۱ \Rightarrow ۸۰۰ = ۳۰۰ + K_۱ \Rightarrow K_۱ = ۵۰۰J$$

$$U_۲ = U_۱ - \frac{۱۰}{۱۰۰}U_۱ = ۳۰۰ - \frac{۱۰}{۱۰۰} \times ۳۰۰ = ۲۷۰J$$

$$K_۲ = E - U_۲ = ۸۰۰ - ۲۷۰ = ۵۳۰J$$

$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = ۵۳۰ - ۵۰۰ = ۳۰J \Rightarrow \frac{\Delta K}{K_۱} \times ۱۰۰ = \frac{۳۰}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{۳}{۵۰} \times ۱۰۰ = \%۶$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۳

$$W_f = E_B - E_A = (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = (mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^۲) - (mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^۲)$$

$$\Rightarrow -۳۰۸۰۰ = (۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱۲ + \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰ \times v_B^۲) - (۱۰۰ \times ۱۰ \times ۳۰ + \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰ \times ۲۰^۲) \Rightarrow v_B = ۱۲\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۴

- با توجه به اینکه نیروی خالص در خلاف‌جهت حرکت جسم است، کار کل انجام‌شده روی جسم منفی است و با توجه به رابطهٔ $W_{\text{کل}} = \Delta K$، پس ΔK منفی بوده و این به‌معنای کاهش تندی جسم است.
- با توجه به ثابت بودن ارتفاع جسم، انرژی پتانسیل گرانشی آن تغییری نمی‌کند، ولی چون انرژی جنبشی جسم در حال کاهش است، پس انرژی مکانیکی آن کاهش می‌یابد و ثابت نیست.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۶۵ هر سه پدیده را به‌طور مجزا بررسی می‌کنیم:

- پدیدهٔ ۱: با کاهش ارتفاع شناگر، انرژی پتانسیل گرانشی کاهش پیدا می‌کند.
- پدیدهٔ ۲: با فشرده شدن فنر، انرژی پتانسیل کشسانی افزایش می‌یابد.
- پدیدهٔ ۳: با توجه به اینکه تندی گلوله زیاد می‌شود، انرژی جنبشی آن در حال افزایش است و طبق قانون بقای انرژی می‌توان نتیجه گرفت انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۶۶ چون مقاومت هوا ناچیز است؛ انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند. اگر محل جسم در ارتفاع ۸ متری سطح زمین را با شمارهٔ (۱) و محل رسیدن جسم به ارتفاع ۱۲ متری سطح زمین را با شمارهٔ (۲) نشان دهیم، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + K_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 4\times10\times8 + 200 = 4\times10\times12 + \frac{1}{2}\times4\times v^2$$

$$\Rightarrow 320 + 200 = 480 + 2v^2 \Rightarrow 520 - 480 = 2v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{40}{2} = 20 \Rightarrow v = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$$

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته‌ایم.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۷ نکته: U_A و U_B به‌طور کلی مجموع انرژی‌های پتانسیل در نقاط A و B هستند. از آنجایی که هر دو روی سطح افقی قرار دارند، انرژی پتانسیل گرانشی هر دو صفر است. در نقطهٔ A، به‌علت فشردگی فنر، انرژی پتانسیل کشسانی نیز در جسم و فنر ذخیره می‌شود؛ بنابراین برای نقاط A و B داریم:

$$U_A = U_{\text{کشسانی}} + \underbrace{U_{\text{گرانشی}}}_{\text{صفر}} = 16\,J$$

$$U_B = U_{\text{گرانشی}} = 0$$

$$E_B = E_A - 0/2E_A = 0/8E_A \Rightarrow K_B + U_B = 0/8(K_A + U_A)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 = 0/8(0 + U_A) \Rightarrow \frac{1}{2}m\times8^2 = 0/8\times16 \Rightarrow m = 0/4\,kg = 400\,g$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۸ کار مفید (انرژی خروجی) هواکش صرف افزایش انرژی جنبشی هوا می‌شود:

$$\text{جرم هوای خروجی در هر دقیقه} = m = \rho V = (1/2\times8)kg$$

$$\text{تغییر انرژی جنبشی (انرژی خروجی) در هر دقیقه} = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = \frac{1}{2}\times(1/2\times8)\times25 = 120\,J$$

حالا با استفاده از تعریف بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \Rightarrow 0/2 = \frac{120}{\text{انرژی ورودی}} \Rightarrow \text{انرژی ورودی} = \frac{120}{0/2} = 600\,J$$

انرژی ورودی به هواکش در یک دقیقه یعنی همان انرژی الکتریکی مصرفی ۶۰۰J است؛ پس می‌توان نوشت:

$$\text{توان مصرفی} = \frac{\text{انرژی ورودی}}{\Delta t} = \frac{600}{60} = 10\,W$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۹ با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی می‌دانیم:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow -\Delta K = \Delta U$$

$$\begin{cases} \Delta K = \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times (۰ - ۱۶) = ۱/۶\,J \\ \Delta U = -W_g = -(-mgh) = +mgh = ۰/۲ \times ۱۰ \times h \end{cases}$$

باید دقت شود کار نیروی وزن هنگام بالا رفتن منفی و هنگام پایین آمدن مثبت است. از تساوی دو عبارت فوق، داریم:

$$-(-۱/۶) = ۰/۲ \times ۱۰ \times h \Rightarrow ۱/۶ = ۲ \times h \Rightarrow h = ۰/۸\,m$$

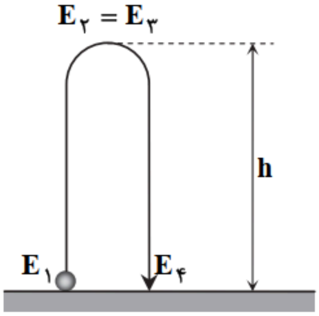
حالا تساوی مربوط به پایستگی انرژی مکانیکی را بین نقطهٔ شروع تا نیمهٔ مسیر می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \Delta K = \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times (v_۲^۲ - ۱۶) \\ \Delta U = ۰/۲ \times ۱۰ \times ۰/۴ = ۰/۸\,J \end{cases}$$

$$-\Delta K = \Delta U \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times (v_۲^۲ - ۱۶) = ۰/۸ \Rightarrow -v_۲^۲ + ۱۶ = ۸ \Rightarrow v_۲^۲ = ۱۶ - ۸ = ۸ \Rightarrow v_۲ = \sqrt{۸}\,\frac{m}{s} = ۲\sqrt{۲}\,\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۰ در این گونه سؤالات، می‌توانیم اختلاف انرژی مکانیکی دو نقطه را برابر کار نیروی مقاومت هوا بنویسیم. در این سؤال با توجه به اینکه در متن سؤال در مورد نیروی مقاومت هوا گفته شده و ما می‌دانیم $W_f = f \cdot d \cdot \cos\theta$ و با توجه به اینکه در مسیر رفت و برگشت مسافت طی‌شده یکسان است، پس می‌نویسیم:



$$\begin{cases} E_۲ - E_۱ = W_f & (۱) \\ E_۴ - E_۳ = ۲W_f & (۲) \end{cases} \xrightarrow[E_۲ = E_۳]{\text{جمع دو رابطه}} E_۴ - E_۱ = ۳W_f$$

$$E_۳ = E_۲ = K_۲ + U_۲ = ۰ + mgh = mgh = ۱/۳ \times ۱۰ h = ۱۳h \quad \text{رابطهٔ (۳)}$$

$$E_۱ = K_۱ + U_۱ = \frac{۱}{۲}mv^۲ + ۰ \Rightarrow E_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۱/۳ \times ۲۰^۲ = ۲۶۰\,J$$

$$E_۴ = K_۴ + U_۴ = \frac{۱}{۲}mv^۲ + ۰ = \frac{۱}{۲} \times ۱/۳ \times ۱۰^۲ = ۶۵\,J$$

$$E_۴ - E_۱ = ۳W_f \Rightarrow ۶۵ - ۲۶۰ = ۳W_f \Rightarrow W_f = -۶۵\,J$$

با جای‌گذاری رابطهٔ (۳) در یکی از روابط (۱) و یا (۲) داریم:

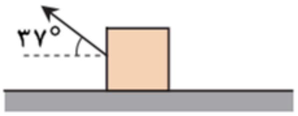
$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow ۱۳h - ۲۶۰ = -۶۵ \Rightarrow h = ۱۵m$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۷۱ طبق قضیهٔ کار و انرژی، کار برایند نیروهای وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم در آن جابه‌جایی است.

$$W_{\text{کل}} = K_2 - K_1 \xrightarrow[\text{اصطکاک وجود ندارد}]{W_{mg}=W_{F_N}=0} W_F = K_2 - K_1$$

$$W = F \times d \times \cos 53^\circ \Rightarrow 0/6\,Fd = \frac{1}{2}mv_1^2 - 0$$



$$W = F \times d \times \cos 37^\circ \Rightarrow 0/8\,Fd = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

دو رابطه را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{0/8\,Fd}{0/6\,Fd} \Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{0/8}{0/6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۲ در ابتدا تندی بالگرد را که برحسب $\frac{km}{h}$ است، به $\frac{m}{s}$ تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{72}{3/6} = 20\frac{m}{s}$$

با توجه به متن سؤال، تنها $\frac{80}{100}$ انرژی مکانیکی اولیهٔ بسته در انتهای مسیر باقی می‌ماند:

$$K_2 = \frac{8}{10}(K_1 + U_1) \Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times v_2^2 = \frac{8}{10}\left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh\right)$$

$$\Rightarrow v_2^2 = \frac{8}{5}\left(\frac{1}{2} \times 400 + 10 \times 20\right) \Rightarrow v_2^2 = 640 \Rightarrow v_2 = 8\sqrt{10}\,\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۳ در حالتی که تمام نیروهای وارد بر یک جسم پایستار باشند، انرژی مکانیکی آن جسم ثابت خواهد بود. حال اگر نیروی ناپایستاری به جسم وارد شود، مثلاً نیروی اصطکاک، دیگر انرژی مکانیکی ثابت نخواهد بود. در این حالت می‌گوییم تغییرات انرژی مکانیکی برابر با کار نیروهای ناپایستار است:

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = K_2 + U_2 - K_1 - U_1$$

$$\Rightarrow W_f = \Delta K + \Delta U \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = -0/2mgh \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = 0/8\,gh \Rightarrow v_B^2 = 16h \Rightarrow v_B = 4\sqrt{h} = 4\sqrt{R}$$

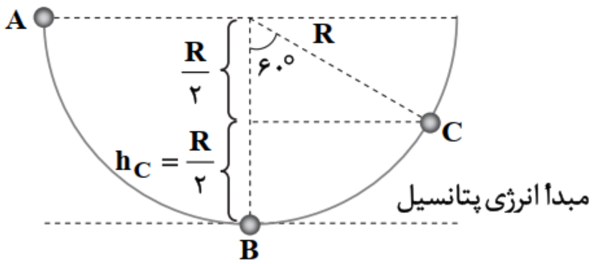
در فاصلهٔ B تا C، انرژی مکانیکی پایسته است:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

$$\Rightarrow v_B^2 = v_C^2 + 2gh_C \Rightarrow 16R = v_C^2 + 10R \Rightarrow v_C = \sqrt{6R}$$

نسبت تندی‌های خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$



(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۷۴ توان پمپ را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{پمپ}} = Fv = mgv = ۶۰۰ \times ۱۰ \times ۲ = ۱۲ \times ۱۰^{۳}\ W$$

توان ثانویهٔ پمپ را می‌یابیم:

$$P_{\text{ثانویهٔ پمپ}} = ۱۲ \times ۱۰^{۳} + \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۱۲ \times ۱۰^{۳} = ۱۴/۴ \times ۱۰^{۳}\ W$$

$$۱۴/۴ \times ۱۰^{۳} = ۴۰۰ \times ۱۰ \times v \Rightarrow v = ۳/۶ \frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۵ انرژی حاصل از سوختن L ۵ گازوئیل برابر با $۱۸۰MJ = ۵ \times ۳۶$ است.

بازده نیروگاه و خطوط انتقال برق برابر است با:

$$\text{نیروگاه} : Ra_{۱} = \frac{۴۰}{۱۰۰}$$

$$\text{خطوط انتقال برق} : Ra_{۲} = \frac{۹۰}{۱۰۰}$$

انرژی منتقل‌شده به شهر برابر است با:

$$W_{\text{کل}} = Ra_{۱} \times Ra_{۲} \times ۱۸۰ = \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۹۰}{۱۰۰} \times ۱۸۰ = ۰/۳۶ \times ۱۸۰\ MJ$$

انرژی لازم برای روشن ماندن یک لامپ ۱۰۰ واتی به‌مدت ۶۰ دقیقه را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$W = P\Delta t \Rightarrow W = ۱۰۰ \times ۶۰ \times ۶۰ = ۳۶ \times ۱۰^{۴}\ J$$

حالا تعداد لامپ‌ها را می‌یابیم:

$$n = \frac{۰/۳۶ \times ۱۸۰ \times ۱۰^{۶}}{۳۶ \times ۱۰^{۴}} = ۱۸۰$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۶

$$\Delta K + \Delta U = W_f \Rightarrow K_{۲} - K_{۱} + mgh = -f \times d$$

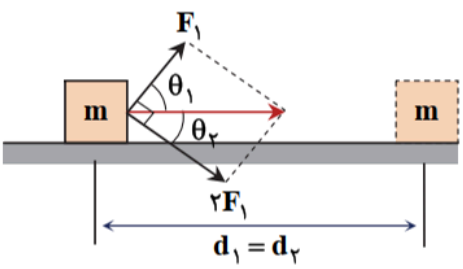
$$\text{در مسیر رفت تا بالاترین نقطه} : ۰ - \frac{۱}{۲} \times m \times (۱۰)^{۲} + mg \times ۴ = -f \times ۸ \Rightarrow -۵۰m + ۴mg = -۸f \quad (۱)\ \text{رابطهٔ}$$

$$\text{در مسیر برگشت تا وسط مسیر} : \frac{۱}{۲}mv^{۲} - mg \times ۲ = -f \times ۴ \xrightarrow{\text{رابطهٔ}(۱)} mv^{۲} - ۴mg = -۵۰m + ۴mg \Rightarrow v^{۲} - ۴۰ = -۵۰ + ۴۰$$

$$\Rightarrow v^{۲} = ۳۰ \Rightarrow v = \sqrt{۳۰} \frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۷۷



$$W = F \cdot d \cdot Cos\theta$$

$$\xrightarrow{d_{۱}=d_{۲}} \frac{W_{F_{۱}}}{W_{F_{۲}}} = \frac{F_{۱}}{F_{۲}} \times \frac{Cos\theta_{۱}}{Cos\theta_{۲}} \xrightarrow[\theta_{۱}+\theta_{۲}=۹۰^{\circ}]{Cos\theta_{۱}=Sin\theta_{۲}}$$

$$\frac{W_{F_{۱}}}{W_{F_{۲}}} = \frac{F_{۱}}{۲F_{۱}} \times \tan\theta_{۲} = \frac{F_{۱}}{۲F_{۱}} \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{W_{F_{۱}}}{W_{F_{۲}}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۷۸

$$W_{\text{مفید}} = P_{\text{مفید}}\, t = mgh \Rightarrow ۲۰۰۰\times ۰/۸\times ۵ = mgh \Rightarrow ۸۰۰۰ = m\times ۱۰\times ۲۰ \Rightarrow m = ۴۰kg$$

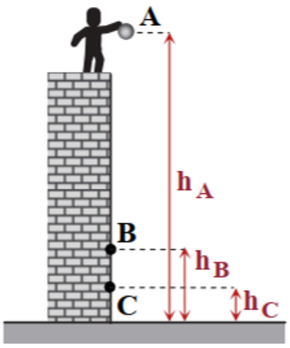
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۷۹

از آنجایی که در نقطهٔ A ارتفاع از سطح زمین بیشترین است و گلوله رها می‌شود؛ می‌دانیم سرعت صفر است و $K_A = ۰$ است، پس (E_A) انرژی مکانیکی گلوله برابر U_A است.

$$E_A = U_A = mgh_A$$

با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:



$$E_B = E_A \Rightarrow U_B + K_B = E_A \xrightarrow{K_B = ۳U_B} ۴U_B = U_A = mgh_A$$
$$\Rightarrow ۴\times mgh_B = mgh_A \Rightarrow ۴h_B = h_A$$
$$E_C = E_A \Rightarrow U_C + K_C = E_A \xrightarrow{K_C = ۹U_C} ۱۰\times m\times g\times h_C = mgh_A \Rightarrow ۱۰h_C = h_A$$
$$h_A - h_B = ۴h_B - h_B = ۳h_B \Rightarrow h_A - h_B = \frac{۳}{۴}h_A \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$
$$h_A - h_C = ۹h_C \Rightarrow h_A - h_C = \frac{۹}{۱۰}h_A \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

حالا از تقسیم رابطهٔ (۱) بر (۲)، نسبت خواسته‌شده را می‌یابیم:

$$\frac{h_A - h_B}{h_A - h_C} = \frac{\frac{۳}{۴}h_A}{\frac{۹}{۱۰}h_A} = \frac{۵}{۶}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

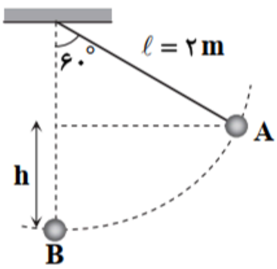
۸۰

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی: $W_t = \Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = \frac{۱}{۲}m((۳v_۱)^۲ - v_۱^۲) = ۸\times \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = ۸K_۱$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۸۱

برای محاسبهٔ کار نیروی وزن، نخست باید ارتفاع h را محاسبه کنیم:



$$h = \ell - \ell \cos ۶۰^\circ = ۲ - ۲\times \frac{۱}{۲} = ۱m$$
$$W_{\text{وزن}} = mgh = ۰/۵\times ۱۰\times ۱ = ۵\,J$$

نیروی کشش نخ که در راستای شعاع دایره مسیر حرکت گلوله بر آن وارد می‌شود، همواره بر جابه‌جایی گلوله عمود است و در نتیجه طبق رابطهٔ $W = Fd\cos\theta$، کار کشش نخ در این جابه‌جایی صفر خواهد بود.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۲

$$\left.\begin{aligned} K_A &= \frac{۱}{۲}m_A v_A^۲ \\ K_B &= \frac{۱}{۲}m_B v_B^۲ \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{۱}{۲}m_A v_A^۲}{\frac{۱}{۲}m_B v_B^۲} \Rightarrow \frac{۸K_B}{K_B} = \frac{\frac{۱}{۲}m_B\times ۲۰^۲}{m_B\times v_B^۲} \Rightarrow v_B^۲ = \frac{۴۰۰}{۱۶} \Rightarrow v_B = \frac{۲۰}{۴} = ۵\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

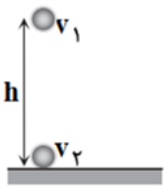
۸۳ انرژی مکانیکی پایسته نیست و تغییرات آن برابر با کار نیروی اصطکاک است.

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$\Rightarrow -۵۶ = (\frac{1}{2}\times ۲\times v_2^2 + ۲\times ۱۰\times ۵) - (\frac{1}{2}\times ۲\times ۱۰^2 + ۲\times ۱۰\times ۱۰) \Rightarrow -۵۶ = v_2^2 + ۱۰۰ - ۱۰۰ - ۲۰۰ \Rightarrow v_2^2 = ۱۴۴ \Rightarrow v_2 = ۱۲\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۴

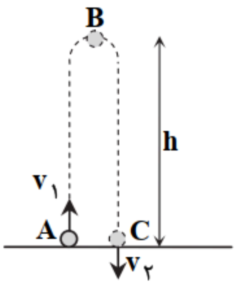


$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\frac{U_{max}}{K_{max}} = \frac{mgh}{\frac{1}{2}mv_2^2} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}{\frac{1}{2}mv_2^2} = 1 - (\frac{v_1}{v_2})^2$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۵ فرض می‌کنیم اندازهٔ متوسط نیروی مقاومت هوا هنگام بالا رفتن $۱/۲f$ و هنگام پایین آمدن f است.



بین دو نقطهٔ A و B داریم:

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (K_B + U_B) - (K_A + U_A) = (F_{\text{هوا}}\cos\theta)d$$

$$(۰ + mgh) - (\frac{1}{2}mv_1^2 + ۰) = ۱/۲f \times (-۱) \times h \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

بین B و C:

$$E_C - E_B = W'_f \Rightarrow (\frac{1}{2}mv_2^2 + ۰) - (۰ + mgh) = -f \times h \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$-\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = ۱/۲(\frac{1}{2}mv_2^2 - mgh) \Rightarrow -\frac{1}{2}v_1^2 + gh = ۰/۶v_2^2 - ۱/۲gh \Rightarrow h = \frac{۰/۶v_2^2 + \frac{1}{2}v_1^2}{۲/۲g} = \frac{۰/۶\times ۱۰۰ + \frac{1}{2}\times ۱۴۴}{۲/۲\times ۱۰} = ۶m$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۸۶

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + K_1 = (mgh_2 + U_{\text{کشسانی}}) + K_2$$

$$\Rightarrow ۱/۵\times ۱۰\times h_1 + ۳۰ = ۱/۵\times ۱۰\times h_2 + ۴۵۰ + ۰ \Rightarrow ۱۵(h_1 - h_2) = ۴۲۰ \Rightarrow h_1 - h_2 = ۲۸m$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۸۷

$$\text{قضیهٔ کار و انرژی جنبشی}: W_{\text{کل نیروها}} = \Delta K \Rightarrow W_{F_{\text{موتور}}} + W_{mg} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow W_{F_{\text{موتور}}} - mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_{F_{\text{موتور}}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = m\times ۱۰\times ۱۰ + \frac{1}{2}m\times (۴)^2 \Rightarrow W_{F_{\text{موتور}}} = ۱۰۸m \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$Ra = \frac{P_{av_{\text{مفید}}}}{P_{av_{\text{مصرفی}}}} \Rightarrow \frac{۶}{۱۰} = \frac{P_{av_{\text{مفید}}}}{۲۰۰۰} \Rightarrow P_{av_{\text{مفید}}} = ۱۲۰۰W$$

$$P_{av_{\text{مفید}}} = \frac{W_{F_{\text{موتور}}}}{\Delta t} \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} ۱۲۰۰ = \frac{۱۰۸m}{۱/۵\times ۶۰} \Rightarrow m = \frac{۱۲۰۰\times ۹۰}{۱۰۸} = ۱۰۰۰kg$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۸

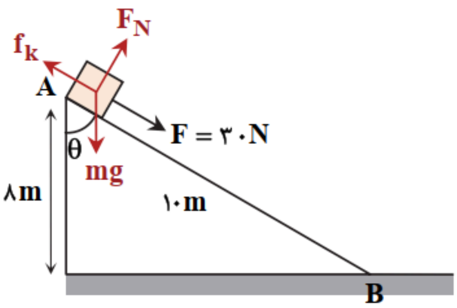
$$W_{\text{تلمبه}} + W_{\text{وزن}} = \Delta K \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} - \Delta U = \Delta K \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = \Delta U + \Delta K$$

$$\Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = 240 \times 10 \times 3/2 + \frac{1}{2} \times 240 \times 36 = 240 \times (32 + 18) = 240 \times 50\,J$$

$$P_{av} = \frac{W_{\text{تلمبه}}}{\Delta t} = \frac{240 \times 50}{60} = 200\,W = 0/2\,kW$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۹



$$W_t = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 5 \times 12^2 - 0 = 360\,J$$

$$W_t = W_{F_N} + W_{mg} + W_{f_k} + W_F$$

$$360 = 0 + -mg\Delta h + W_{f_k} + Fd\cos 0$$

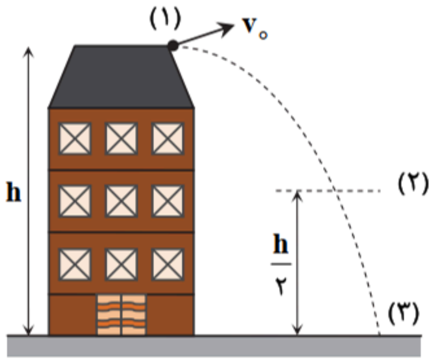
$$\Rightarrow 360 = 0 - 5 \times 10 \times (-8) + W_{f_k} + 30 \times 10 \times \cos 0$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -340\,J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۰

از لبهٔ برج تا نیمهٔ ارتفاع:



$$\Delta E = 0 \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times 20^2 + mgh = 2 + mg\frac{h}{2} \Rightarrow 200m + 5mh = 2 \quad \text{رابطهٔ (1)}$$

از لبهٔ برج تا سطح زمین:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times 20^2 + mgh = 3 + 0 \Rightarrow 200m + 10mh = 3 \quad \text{رابطهٔ (2)}$$

$$\xrightarrow{\text{از روابط (1) و (2)}} \begin{cases} 200m + 5mh = 2 \\ 200m + 10mh = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 40\,m \\ m = \frac{1}{200}\,kg \end{cases}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۱

چون انرژی جنبشی با مربع تندی متناسب است، از این‌رو با وجود آنکه جرم جسم A نصف جرم جسم B است، ولی چون تندی آن ۲ برابر تندی جسم B است، انرژی جنبشی جسم A بیشتر از انرژی جنبشی جسم B خواهد بود.

$$K_A - K_B = 400 \Rightarrow \frac{1}{2}m_A v_A^2 - \frac{1}{2}m_B v_B^2 = 400 \Rightarrow \frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{1}{2}(2m)v^2 = 400$$

$$\Rightarrow 2mv^2 - mv^2 = 400 \Rightarrow mv^2 = 400\,J \quad \text{رابطهٔ (1)}$$

$$K_A = \frac{1}{2}m(2v)^2 = 2mv^2 \xrightarrow{\text{رابطهٔ (1)}} K_A = 2 \times 400 = 800\,J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۲

در پرتاب اول داریم:

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (\frac{۱}{۲}mv_B^۲ + mgh_B) - (\frac{۱}{۲}mv_A^۲ + mgh_A) = W_f$$

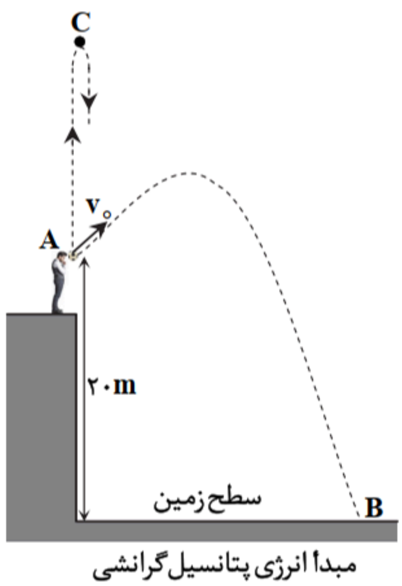
$$\Rightarrow (\frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times ۳۰^۲ + ۰) - (\frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times v_۰^۲ + ۰/۴ \times ۱۰ \times ۲۰) = -۳۰ \Rightarrow v_۰ = \sqrt{۶۵۰}\,\frac{m}{s}$$

در پرتاب دوم داریم:

$$E_C - E_A = W_f' \Rightarrow (\frac{۱}{۲}mv_C^۲ + mgh_C) - (\frac{۱}{۲}mv_A^۲ + mgh_A) = W_f'$$

$$\Rightarrow (۰ + ۰/۴ \times ۱۰ \times h_C) - (\frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times ۶۵۰ + ۰/۴ \times ۱۰ \times ۲۰) = -۱۰ \Rightarrow h_C = ۵۰m$$

فاصله A تا C $= ۵۰ - ۲۰ = ۳۰m$



(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۳

$$\Delta K = \frac{۱}{۲}mv_C^۲ - \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = ۰ \xrightarrow{W_t = \Delta K} W_t = ۰$$

$$\Rightarrow W_{F_N} + W_{mg,AB} + W_{f_k} + W_F + W'_{mg,BC} = ۰ \Rightarrow ۰ + ۰ - ۵۰۰ + ۲۰ \times d \times \cos ۰ + ۴ \times ۱۰ \times ۱۰ \times \cos ۱۸۰ = ۰$$

$$\Rightarrow d = ۴۵m$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۴

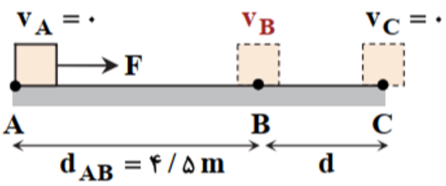
$$E = \frac{۱}{۲}mv^۲ + mgh \Rightarrow E_{\text{خروجی}} = \frac{۱}{۲} \times ۵۰۰ \times ۴^۲ + ۵۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۵۴۰۰۰J = ۵۴kJ$$

$$\text{بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۹۰ = \frac{۵۴}{E_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow E_{\text{ورودی}} = ۶۰kJ$$

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{E_{\text{ورودی}}}{\Delta t} \Rightarrow ۵ = \frac{۶۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{۶۰kJ}{۵kW} = ۱۲s$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۵



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{AB} + W_{BC} = \Delta K$$

$$\Rightarrow F \times d_{AB} - f_k(d_{AB} + d) = ۰$$

$$\Rightarrow ۲۰ \times ۴/۵ - ۱۵(۴/۵ + d) = ۰ \Rightarrow d = ۱/۵m$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۶ ابتدا انرژی خروجی از توربین در یک ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$Ra = \frac{E}{mgh} \times 100 \xrightarrow{m=\rho V} 60 = \frac{E}{5\times 10^3 \times 10 \times 40} \times 100 \Rightarrow E = 12\times 10^5 J$$

۷۵ درصد این انرژی به کارخانه می‌رسد:

$$E' = 0/75E = 0/75 \times 12 \times 10^5 = 9\times 10^5 J$$

در مدت ۵ ساعت خواهیم داشت:

$$E = 9\times 10^5 \times 5 \times 3600 = 16/2 \times 10^9 J = 16/2 GJ$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۷ در حالت اول داریم:

$$K_1 = 3U_1$$
$$E_1 = K_1 + U_1 \Rightarrow E_1 = 4U_1$$

در حالت دوم داریم:

$$K_2 = 2U_2 \Rightarrow E_2 = 3U_2$$

طبق پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 4U_1 = 3U_2 \Rightarrow 4\times m\times g\times h_1 = 3\times m\times g\times h_2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{4}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

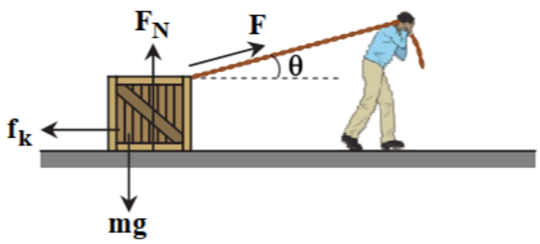
۹۸ کار نیروی F_N و mg صفر است، چون بر جابه‌جایی عمودند.

$$W_{f_k} = f_k d \cos\theta \Rightarrow W_{f_k} = 60\times 3\times \cos 180^\circ = -180 J$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{F_N} + W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow W_F + 0 + 0 - 180 = \frac{1}{2}\times 50(1/2^2 - 0/8^2) \Rightarrow W_F = 200 J$$

$$W_F = Fd\cos\theta = 200 \Rightarrow 100\times 3\times \cos\theta = 200 \Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3}$$



(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۹ اگر سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow W_f = (0 + \frac{1}{2}mv_2^2) - (mgh + \frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow -6/5\times 10^3 = \frac{1}{2}\times 40\times v_2^2 - 40\times 10\times 60 - \frac{1}{2}\times 40\times 5^2$$

$$\Rightarrow 18000 = 20v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 900 \Rightarrow v_2 = 30\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۰

$$E_{ورودی} = P_{ورودی} \times \Delta t \Rightarrow E_{ورودی\ در\ هر\ دقیقه} = ۱۰\times ۱۰^{۳} \times ۶۰ = ۶\times ۱۰^{۵}\ J$$

$$E_{خروجی\ در\ هر\ دقیقه} = mg(h_۲ - h_۱) = m\times ۱۰\times ۸ = ۸۰m$$

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{E_{خروجی}}{E_{ورودی}}\times ۱۰۰ \Rightarrow ۶۰ = \frac{۸۰m}{۶\times ۱۰^{۵}}\times ۱۰۰ \Rightarrow m = ۴۵۰۰\,kg$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{۴۵۰۰}{۱} = ۴۵۰۰\,L$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۱

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_۱} + W_{F_۲} + W_{F_N} + F_{mg} = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow W_{F_۱} + W_{F_۲} = ۲۰۰J$$

پس از حذف نیروی $F_۱$:

$$W_{F_۲} = \frac{۱}{۲}mv_۳^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \Rightarrow F_۲\times ۱۰\times Cos\,۰ = \frac{۱}{۲}\times ۵\times (۸\sqrt{۲})^۲ - ۲۰۰ \Rightarrow F_۲ = ۱۲N$$

$$W_{F_۱} + ۱۲\times ۱۰ = ۲۰۰ \Rightarrow W_{F_۱} = ۸۰J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۲

$$K_۲ = K_۱ + ۰/۴۴K_۱ = ۱/۴۴K_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = ۱/۴۴\times \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۱/۴۴\,v_۱^۲$$

$$\Rightarrow v_۲ = ۱/۲v_۱ \Rightarrow v_۲ = ۱۲\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta v = ۱۲ - ۱۰ = ۲\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۳

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \overset{۰}{\cancel{W_{وزن}}} + \overset{۰}{\cancel{W_{F_N}}} + W_{f_k} + W_F = K_۲ - \overset{۰}{\cancel{K_۱}} \Rightarrow W_{f_k} + FdCos۶۰^\circ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - ۰$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow W_{f_k} + ۶۰\times ۲۰\times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}\times ۴\times ۱۰۰ \Rightarrow W_{f_k} + ۶۰۰ = ۲۰۰ \Rightarrow W_{f_k} = -۴۰۰J \\ W_{f_k} = f_k d\, \overset{-۱}{\cancel{Cos۱۸۰^\circ}} \end{array}\right\} \Rightarrow -۴۰۰ = -f_k\times ۲۰ \Rightarrow f_k = ۲۰N$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۴ با توجه به اینکه مقدار تغییر ارتفاع در هر سه مسیر یکسان است، بنابراین اندازهٔ کار نیروی وزن در هر سه یکسان است. چون ارتفاع توپ در هر سه مسیر زیادتر شده است، بنابراین کار نیروی وزن در هر سه مسیر منفی است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۰۵ کار نیروی مقاومت هوا منفی است، پس داریم:

$$W_f = -\frac{mgh}{۵} \qquad v' = v + ۰/۲v = ۱/۲v$$

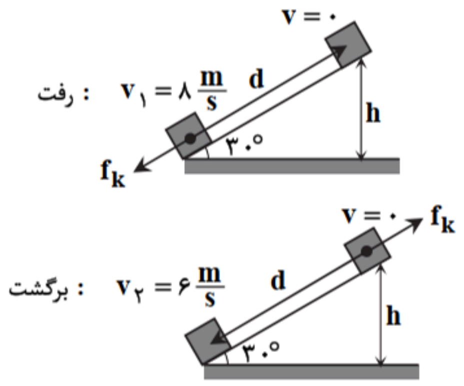
$$W_f = E_۲ - E_۱ \Rightarrow -\frac{۱}{۵}mgh = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ - mgh \Rightarrow \frac{۴}{۵}mgh = \frac{۱}{۲}m(۱/۴۴v^۲ - v^۲)$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۵}\times ۱۰\times ۱۱ = \frac{۱}{۲}\times ۰/۴۴v^۲ \Rightarrow v^۲ = \frac{۲۰۰۰}{۵} = ۴۰۰ \Rightarrow v = ۲۰\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۶ قضیهٔ کار- انرژی جنبشی را در هنگام رفت و نیز برگشت به‌صورت جداگانه می‌نویسیم:

قضیهٔ کار- انرژی جنبشی : $W_{mg} + W_{F_N} + W_{f_k} = \Delta K \quad , \quad W_{F_N} = ۰$



$$\begin{cases} \text{در مسیر بالا رفتن}: -mgh - f_k d = ۰ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ & (۱) \\ \text{در مسیر برگشتن}: mgh - f_k d = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - ۰ & (۲) \end{cases}$$

از تفریق دو رابطهٔ (۱) و (۲) از یکدیگر داریم:

$$۲mgh = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow ۴gh = v_۲^۲ + v_۱^۲ \Rightarrow h = \frac{v_۱^۲ + v_۲^۲}{۴g}$$

$$\Rightarrow h = \frac{۸^۲ + ۶^۲}{۴۰} = \frac{۱۰۰}{۴۰} = ۲/۵\,m$$

$$\sin\theta = \frac{h}{d} \xrightarrow{\theta = ۳۰^\circ} \frac{۱}{۲} = \frac{۲/۵}{d} \Rightarrow d = ۵m$$

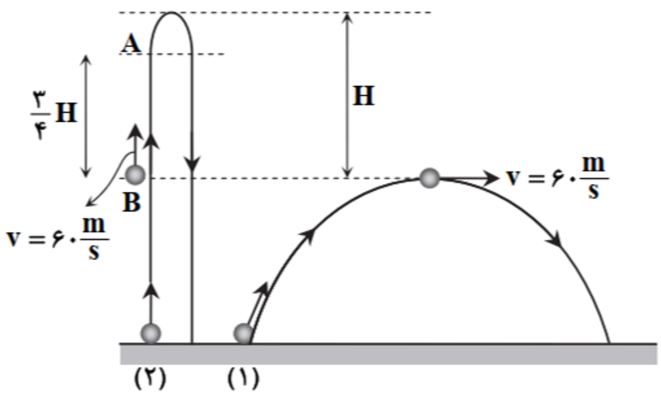
مسافت طی‌شده در کل حرکت برابر $\ell = ۲d = ۱۰m$ است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۰۷ انرژی مکانیکی دو گلوله با هم برابر است؛ ازاین‌رو در صورت یکسان بودن ارتفاع دو گلوله از سطح محل پرتاب، انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها برابر است، در نتیجه انرژی جنبشی و همچنین تندی دو گلوله برابر می‌شود.

به این ترتیب تندی گلولهٔ (۲) وقتی از ارتفاعی برابر با بالاترین ارتفاع گلولهٔ (۱) عبور می‌کند (نقطهٔ B)، برابر $v = ۶۰\frac{m}{s}$ است. اکنون ابتدا برای گلولهٔ (۲) ارتفاع H را می‌یابیم و سپس تندی آن را در ارتفاع $\frac{۳}{۴}H$ (نقطهٔ A) پیدا می‌کنیم:

بالاترین ارتفاع گلولهٔ (۱) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

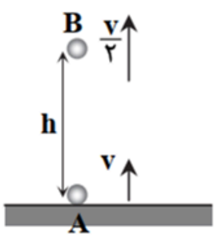


$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}m \times ۶۰^۲ + ۰ = ۰ + mgH \Rightarrow H = ۱۸۰m \Rightarrow \frac{۳}{۴}H = \frac{۳}{۴} \times ۱۸۰ = ۱۳۵m$$

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^۲ + mg \times ۱۳۵ = \frac{۱}{۲}m \times ۶۰^۲ \Rightarrow v_A = ۳۰\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۰۸



$$\left.\begin{aligned} &E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \\ &K_A = \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ &K_B = \frac{۱}{۲}m\left(\frac{v}{۲}\right)^۲ = \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۴}K_A \end{aligned}\right\} \Rightarrow K_A + ۰ = \frac{۱}{۴}K_A + ۳۰ \Rightarrow \frac{۳}{۴}K_A = ۳۰ \Rightarrow K_A = ۴۰J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۹ **اگر حجم گازوئیل مصرفی V باشد، انرژی گرمایی حاصل از سوختن گازوئیل برابر ۳۰V است.**

$$\text{بازده} = \frac{\text{انرژی الکتریکی}}{\text{انرژی گرمایی}} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{\text{انرژی الکتریکی}}{۳۰V} \Rightarrow \text{انرژی الکتریکی} = ۰/۶ \times ۳۰V$$

$$\text{انرژی الکتریکی در انتهای خط} = ۰/۶ \times ۳۰V \times \frac{۹۰}{۱۰۰} = ۳۲۴MJ \Rightarrow V = \frac{۳۲۴}{۰/۶ \times ۳۰ \times ۰/۹} = \frac{۳۲۴}{۱۶/۲} = ۲۰L$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱۰

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{شخص}} = K_۲ - K_۱ = ۰ \Rightarrow W_{\text{شخص}} = -W_{\text{وزن}} = mg\Delta h$$

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} = \frac{۷/۵ \times ۱۰ \times ۲۰ \times ۲۵ \times ۱۰^{-۲}}{۳۰} = ۱۲/۵\,W$$

$$P_{av} = ۱۲/۵W \times \frac{۱hp}{۷۵۰W} = \frac{۱}{۶۰}hp$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۱ **گام اوّل:** جرم و تندی اوّلیه پدر با $m_۱$ و $v_۱$ و جرم و تندی اوّلیه پسر را با $m_۲$ و $v_۲$ نشان می‌دهیم. روابط انرژی جنبشی را برای قبل از تغییر تندی پسر و پس از آن می‌نویسیم تا تندی اوّلیه پسر به‌دست بیاید:

$$\text{قبل از تغییرات}: \frac{k_۱}{k_۲} = \frac{m_۱}{m_۲} \times \left(\frac{v_۱}{v_۲}\right)^۲ \Rightarrow ۳ = \frac{m_۱}{m_۲} \times \left(\frac{v_۱}{v_۲}\right)^۲$$

$$\text{بعد از تغییرات تندی پسر}: \frac{k_۱}{k'_۲} = \frac{m_۱}{m_۲} \times \left(\frac{v_۱}{v_۲ - ۲}\right)^۲ \Rightarrow ۱۲ = \frac{m_۱}{m_۲} \times \left(\frac{v_۱}{v_۲ - ۲}\right)^۲$$

با تقسیم دو رابطه به‌دست آمده بر هم، داریم:

$$\frac{۱۲}{۳} = \left(\frac{v_۲}{v_۲ - ۲۲}\right)^۲ \xrightarrow{\sqrt{}} ۲ = \frac{v_۲}{v_۲ - ۲} \Rightarrow ۲v_۲ - ۴ = v_۲ \Rightarrow v_۲ = ۴\frac{m}{s}$$

گام دوم: رابطهٔ انرژی جنبشی را برای بعد از تغییر تندی پدر می‌نویسیم.

$$\frac{k'_۱}{k_۲} = \frac{m_۱}{m_۲} \times \left(\frac{v_۱ - ۲}{v_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{m_۱}{m_۲}\left(\frac{v_۱ - ۲}{v_۲}\right)^۲$$

با تقسیم رابطهٔ بالا به نسبت انرژی جنبشی‌ها قبل از تغییرات، تندی پدر را تعیین می‌کنیم:

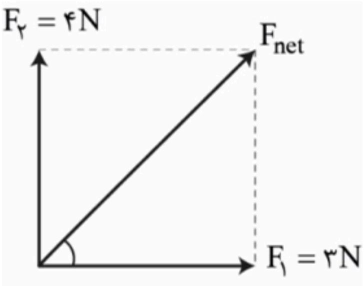
$$\frac{\frac{۱}{۳}}{۳} = \left(\frac{v_۱ - ۲}{v_۲}\right)^۲ \xrightarrow{\sqrt{}} \frac{۱}{۳} = \frac{v_۱ - ۲}{v_۱} \Rightarrow ۳v_۱ - ۶ = v_۱ \Rightarrow v_۱ = ۳\frac{m}{s}$$

گام سوم: تندی‌های به‌دست آمده را در نسبت انرژی جنبشی قبل از تغییرات قرار می‌دهیم تا نسبت جرم پدر به پسر به‌دست بیاید:

$$\frac{k_۱}{k_۲} = \frac{m_۱}{m_۲} \times \left(\frac{v_۱}{v_۲}\right)^۲ \Rightarrow ۳ = \frac{m_۱}{m_۲} \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^۲ \Rightarrow \frac{m_۱}{m_۲} = \frac{۱۶}{۳}$$

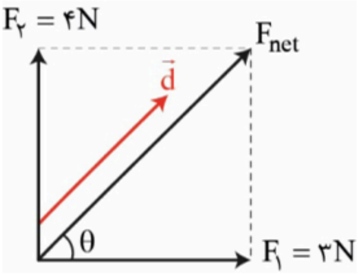
(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱۲



گام اوّل: ابتدا بزرگی نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5N$$



گام دوم: چون جسم از حال سکون تحت تأثیر این دو نیرو به حرکت درآمده است، جابه‌جایی جسم در جهت نیروی خالص (F_{net}) خواهد بود. پس زاویهٔ نیروی F_1 با جابه‌جایی زاویهٔ θ نشان داده شده در شکل خواهد بود. مقدار cosاین زاویه برابر است با:

$$\cos\theta = \frac{F_1}{F_{net}} = \frac{3}{5}$$

گام سوم: با توجّه به کار نیروی F_1 که برابر $18J$ شده است، کار نیروی خالص (F_{net}) که همان کار کل است را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{W_{F_1}}{W_{F_{net}}} = \frac{F_1 \cancel{d} \cos\theta}{F_{net} \cancel{d} \cos 0} \Rightarrow \frac{18}{W_{F_{net}}} = \frac{3}{5} \times \frac{\frac{3}{5}}{1} \Rightarrow W_{F_{net}} = 50J$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۳

گام اوّل: در مسیر ab نیروهای $\vec{F}$ و اصطکاک (f) کار انجام می‌دهند. چون تندی ثابت است پس مجموع کار این دو نیرو طبق قضیه کار ـ انرژی جنبشی برابر صفر است، پس:

$$W_F + W_f = \Delta k \xrightarrow{\Delta k = 0} Fd_1 \cos 60^\circ + (-fd_1) = 0 \Rightarrow f = F\cos 60^\circ = \frac{F}{2}$$

گام دوم: در مسیر bc نیروهای $\vec{F}$ و وزن کار انجام می‌دهند. چون تندی در این مسیر هم ثابت است، مجموع کار این دو نیرو نیز برابر صفر است، پس:

$$W_F + W_{mg} = \Delta k \xrightarrow{\Delta k = 0} Fd_2 \cos(60^\circ - 30^\circ) - mgh = 0 \xrightarrow{h = d_2 \sin 30 = \frac{d}{2}} Fd_2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - mg\frac{d_2}{2} = 0 \Rightarrow mg = F\sqrt{3}$$

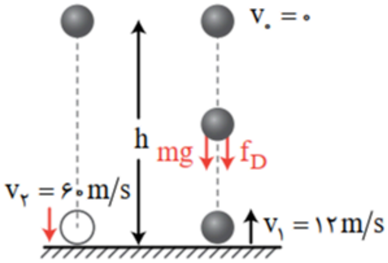
در نهایت نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{f}{mg} = \frac{\frac{F}{2}}{F\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

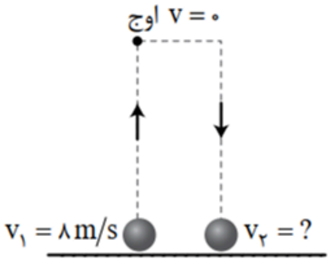
۱۱۴ **گام اوّل:** ابتدا اندازهٔ نیروی مقاومت هوا را به‌دست می‌آوریم. در حالت اوّل، برای مسیر بالا رفتن و پایین آمدن گلوله قضیه کار ـ انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} W_{mg}+W_f=k-k_1 & \text{بالا رفتن} \\ W_{mg}+W_f=k_2-k & \text{پایین آمدن} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} -mg-fh=0-\frac{1}{2}m\times 12^2 \\ mgh-fh=\frac{1}{2}m\times 6^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20h-fh=-144 \\ 20h-fh=36 \end{cases} \Rightarrow h=4/5\,m\ ,\ f=12N$$

گام دوم: یک بار دیگر برای بالا رفتن و پایین آمدن گلوله که با تندی $8\frac{m}{s}$ از سطح زمین پرتاب شده است را می‌نویسیم تا تندی آن هنگام برخورد به زمین به‌دست بیاید:



$$\begin{cases} -mgh'-fh'=0-\frac{1}{2}m(8)^2 & \text{بالا رفتن} \\ mgh'-fh'=\frac{1}{2}mv_2^2-0 & \text{پایین آمدن} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -20h'-12h'=-64 \\ 20h'-12h'=v_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h'=\frac{64}{32}=2m \\ v_2^2=8h'=16 \Rightarrow v_2=4\frac{m}{s} \end{cases}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱۵

روش اول:

گام اوّل: از مقایسهٔ معادلهٔ داده شده با معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، شتاب به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} x=-۲t^{۲}+۱۲t+۱۰ \\ x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t+x_{۰} \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a=-۲ \Rightarrow a=-۴\frac{m}{s^{۲}} \quad , \quad v_{۰}=۱۲m/s$$

گام دوم: نیروی وارد بر جسم در جهت شتاب، یعنی در خلاف جهت محور x، است و بزرگی آن برابر است با:

$$|F|=m|a|=۵\times۴=۲۰N$$

گام سوم: حالا جابه‌جایی جسم را در ثانیهٔ دوم (۱s , ۲s) حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} t_{۱}=۱s: x_{۱}=-۲\times۱^{۲}+۱۲\times۱+۱۰=۲۰m \\ t_{۲}=۲s: x_{۲}=-۲\times۲^{۲}+۱۲\times۲+۱۰=۲۶m \end{cases} \Rightarrow \Delta x=x_{۲}-x_{۱}=۲۶-۲۰=۶m$$

گام چهارم: کار نیروی F را تعیین می‌کنیم:

$$W_{F}=Fd\cos\theta=۲۰\times۶\times\cos۱۸۰^{\circ}=-۱۲۰J$$

روش دوم:

گام اول: معادلهٔ سرعت - زمان جسم را می‌نویسیم و سرعت متحرک در لحظه‌های t = ۱s و t = ۲s را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x=-۲t^{۲}+۱۲t+۱۰ \\ x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t+x_{۰} \end{cases} \longrightarrow a=-۴m/s^{۲} \quad , \quad v_{۰}=۱۲m/s$$

$$v=at+v_{۰} \Rightarrow v=-۴t+۱۲ \Rightarrow \begin{cases} v_{۱s}=۸m/s \\ v_{۲s}=۴m/s \end{cases}$$

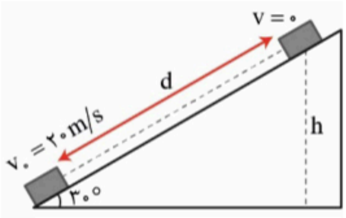
گام دوم: رابطهٔ $W_{t}=k_{۲}-k_{۱}$ را می‌نویسیم تا کار کل که همان کار نیروی F است به دست بیاید:

$$W_{t}=k_{۲}-k_{۱}=\frac{۱}{۲}m(v_{۲s}^{۲}-v_{۱s}^{۲})=\frac{۱}{۲}\times۵(۴^{۲}-۸^{۲})=\frac{۱}{۲}\times۵\times(-۴۸)=-۱۲۰J$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۱۶

گام اوّل: ابتدا تعیین می‌کنیم که جســـم حداکثر چند متر را روی ســـطح شـــیب‌دار بالا می‌رود. در بالاترین نقطه‌ای که جســـم به آن‌جا می‌رسد، تندی جسم برابر صفر است، پس:

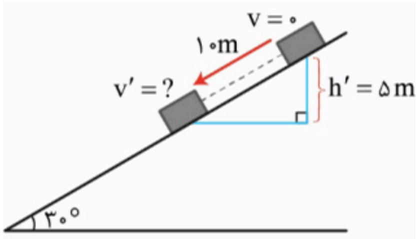


$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow mg\Delta h = -(\overset{0}{\cancel{k_2}} - k_1)$$

$$\Rightarrow \cancel{m}g\Delta h = +\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 \Rightarrow 10h = \frac{1}{2}\times 20^2 \Rightarrow h = 20\,m$$

بنابراین جسم روی سطح شیب‌دار به اندازهٔ $d = \frac{h}{\sin 30} = 40\,m$ بالا می‌رود و پس از آن پایین می‌آید. هنگامی که جسم $10\,m$ روی سطح شیب‌دار پایین بیاید مسافت طی شده توسط آن به $50\,m$ می‌رسد.

گام دوم: هنگامی که جســـم $10\,m$ از بالاترین نقطه پایین می‌آید، ارتفاع جسم به اندازه $10\sin 30 = 5\,m$ کاهش می‌یابد. طبق پایستگی انرژی مکانیکی بین بالاترین نقطه و $5\,m$ پایین‌تر از آن تندی جسم در این نقطه را به‌دست می‌آوریم:



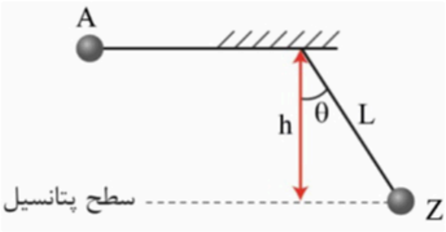
$$\Delta U = -\Delta k \Rightarrow -mgh' = -(k_2 - \overset{0}{\cancel{k_1}})$$

$$\Rightarrow \cancel{m}gh' = \frac{1}{2}\cancel{m}v'^2 \Rightarrow 50 = \frac{1}{2}v'^2 \Rightarrow v' = 10\,\frac{m}{s}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱۷

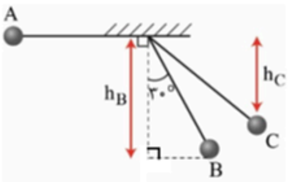
گام اوّل: ابتدا اختلاف ارتفاع بین A و نقطهٔ دلخواه Z را تعیین می‌کنیم. چون اتلاف انرژی نداریم، تندی گلوله پس از طی ارتفاع h برابر است با:



$$h = L\cos\theta$$

$$E_A = E_Z \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

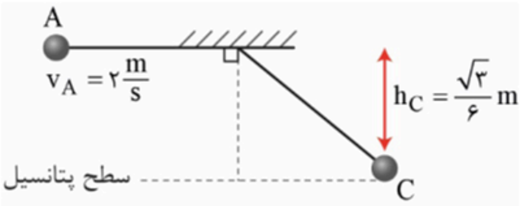
گام دوم: با به‌کار بردن رابطهٔ به‌دست آمده در گام اوّل برای نقاط B و C، تغییر ارتفاع گلوله هنگام جابه‌جایی از A تا C را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{V_B}{V_C} = \frac{\sqrt{2gh_B}}{\sqrt{2gh_C}} \Rightarrow \sqrt{3} = \sqrt{\frac{h_B}{h_C}} \Rightarrow \frac{h_B}{h_C} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{L\cos 30}{h_C} = 3 \Rightarrow h_C = \frac{L\cos 30}{3} = \frac{1\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}m$$

گام سوم: یک بار دیگر برای وضعیّتی که گلوله از A با تندی $2\frac{m}{s}$ پرتاب می‌شود تا از C عبور کند، پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم تا تندی گلوله هنگام عبور از C به دست بیاید:



$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

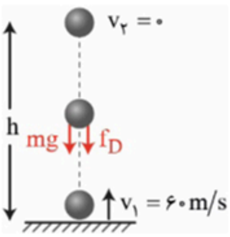
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 + \cancel{m}gh_C = \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(2)^2 + 10\times\frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2}v_C^2$$

$$\Rightarrow 2 + \frac{5\times 1/7}{3} = \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{\frac{29}{3}} = \frac{29\sqrt{3}}{3}\frac{m}{s}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱۸

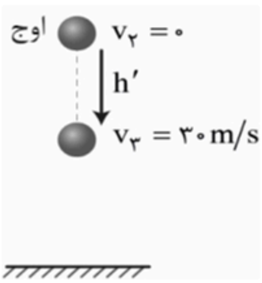
گام اوّل: ابتدا ارتفاع اوج گلوله را حساب می‌کنیم. طبق رابطهٔ $\Delta U + \Delta K = W_f$، داریم:



$$mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = -f_D \times h \xrightarrow{f_D = \frac{1}{2}mg}$$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}(60)^2 = -\frac{1}{5}\cancel{m}g\times h \Rightarrow 10h - 1800 = -2h \Rightarrow 12h = 1800 \Rightarrow h = 150m$$

گام دوم: از نقطهٔ اوج تا نقطه‌ای که سرعت گلوله به $30\frac{m}{s}$ رو به پایین می‌رسد، رابطهٔ $\Delta U + \Delta K = W_f$ را می‌نویسیم تا ارتفاعی که گلوله در این بازه پائین می‌آید را به دست بیاوریم:



$$-mgh' + \frac{1}{2}mv_3^2 = -f_D \times h' \xrightarrow{f_D = \frac{1}{5}mg}$$

$$-\cancel{m}gh' + \frac{1}{2}\cancel{m}v_3^2 = -\frac{1}{5}\cancel{m}gh' \Rightarrow -10h' + \frac{1}{2}(30)^2 = -2h' \Rightarrow 8h' = 450 \Rightarrow h' = \frac{225}{4}m$$

گام سوم: تغییر انرژی درونی گلوله و هوا برابر قدرمطلق کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا در مسیر طی شده است. پس:

$$|W_f| = |-f_D\times h| + |-f_D\times h'| = f_D(h+h') = \frac{1}{5}mg(h+h') \Rightarrow |W_f| = \frac{1}{5}\times 20\times\left(150 + \frac{225}{4}\right) = 4\times\frac{825}{4} = 825J$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۹ **گام اوّل:** ابتدا با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم. توجّه کنید که تندی وزنه هنگام رها شدن از بالابر همان تندی بالابر است. پس:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow \cancel{m}gh + \frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_2^2 \Rightarrow$$

$$10h + \frac{1}{2}\times 2^2 = \frac{1}{2}\times 10^2 \Rightarrow 10h + 2 = 50 \Rightarrow h = 4/8\,m$$

گام دوم: توان مفید بالابر هنگام بالا بردن وزنه را به‌دست می‌آوریم:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{\overset{50}{\cancel{480}}\times 10\times 4/8}{\underset{1}{\cancel{9/6}}} = 2400\,W$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۰ **گام اوّل:** ابتدا جرم آب پمپاژ شده توسط پمپ و سپس کار پمپ در مدّت زمان یک دقیقه را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V = \left(1\times 10^3\,\frac{kg}{m^3}\right)\times 3\,m^3 = 3\times 10^3\,kg$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} - 3\times 10^3\times 10\times 25 = \frac{1}{2}\times 3\times 10^3\times 2^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 6\times 10^3 + 750\times 10^3 = 756\times 10^3\,J$$

گام دوم: توان مفید پمپ را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} = \frac{756\times 10^3}{60} = 12600\,W = 12/6\,kW$$

گام سوم: توان پمپ (توان ورودی) را تعیین می‌کنیم:

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{12/6}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 21\,kW$$

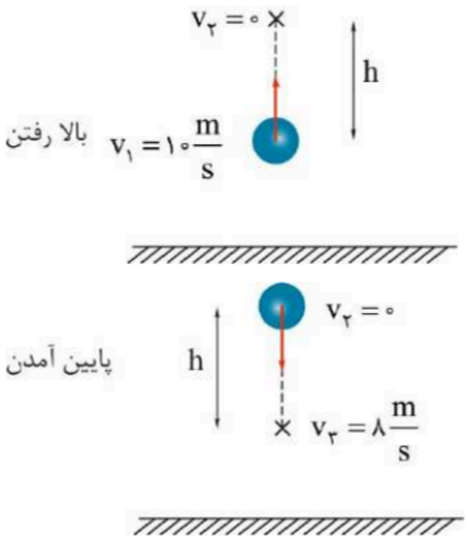
(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۱ در مسیر حرکت، دو نیروی وزن و اصطکاک روی جسم کار را انجام می‌دهند. قضیه کار – انرژی جنبشی را برای جسم در این مسیر می‌نویسیم:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{اصطکاک}} = K_C - K_A \Rightarrow +mgh - f_k d_{BC} = 0 - 0 \Rightarrow (0/5\times 10\times 9) - f_k\times 12 = 0 \Rightarrow f_k = \frac{45}{12} = 3/75\,N$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۲۲ برای رفت و برگشت گلوله هنگام عبور از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین، قضیه کار – انرژی جنبشی را می‌نویسیم:



$$-mgh - f_D h = K_2 - K_1 \Rightarrow -2h - f_D h = 0 - \frac{1}{2}\times 0/2 \times 10^2$$

$$\Rightarrow -2h - f_D h = -10 \quad (1)$$

$$mgh - f_D h = K_3 - K_2 \Rightarrow 2h - f_D h = \frac{1}{2}\times 0/2 \times 8^2 - 0$$

$$\Rightarrow 2h - f_D h = 6/4 \quad (2)$$

با حل معادله‌های (۱) و (۲) به صورت یک دستگاه مقدار h به دست می‌آید.

$$\begin{cases} -2h - f_D h = -10 \\ 2h - f_D h = 6/4 \end{cases} \Rightarrow 4h = 16/4 \Rightarrow h = 4/1m$$

بنابراین ارتفاع اوج گلوله از سطح زمین $10 + h = 14/1m$ است.

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۳ ابتدا توان مفید بالابر را حساب می‌کنیم. چون وزنه با تندی ثابت بالا برده می‌شود، نیرویی که بالابر به وزنه وارد می‌کند هم اندازه با وزن آن است. پس:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{بالابر}}}{\Delta t} = \frac{Fd}{t} \xrightarrow[F=mg]{v=\frac{d}{t}} P_{\text{مفید}} = (200\times 10)\times 0/5 = 10^3\, W$$

حالا توان (توان مصرفی) بالابر را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{P_{\text{مفید}}}{Ra} = \frac{10^3}{0/8} = 1/25\times 10^3\, W = 1/25\, kW$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

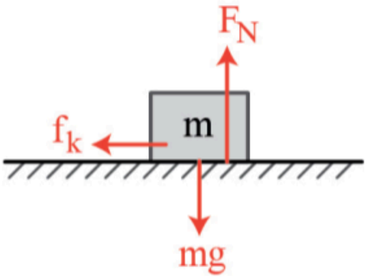
۱۲۴ قضیه کار – انرژی جنبشی را بین لحظهٔ پرتاب گلوله تا رسیدن آن به نقطهٔ اوج گلوله را می‌نویسیم. دو نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا روی گلوله کار انجام می‌دهند، پس:

$$W_{mg} + W_{f_D} = K_2 - K_1 \Rightarrow 0/2\times 10\times 15 + W_{f_D} = \frac{1}{2}\times 0/2(5^2 - 30^2)$$

$$\Rightarrow -30 + W_{f_D} = -87/5 \Rightarrow W_{f_D} = -57/5\, J$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۵ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. تنها نیروی افقی وارد بر جسم نیروی اصطکاک است.



$$F_N = mg = ۲۰N$$
$$f_k = \mu_k F_N = ۰/۴ \times ۲۰ = ۸N$$

بزرگی شتاب جسم را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_k = ma \Rightarrow ۸ = ۲ \times a \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

جابه‌جایی جسم در ۲ ثانیهٔ اول را حساب می‌کنیم. حرکت جسم کندشونده است، پس می‌توانیم شتاب آن را منفی و سرعت اولیه آن را مثبت در نظر بگیریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰ t \Rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲}(-۴)(۲)^۲ + ۲۰(۲) = ۳۲m$$

حالا کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$W_{f_k} = f_k d \cos\theta = ۸ \times ۳۲ \times \cos ۱۸۰ = -۲۵۶J$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۶ انرژی الکتریکی (انرژی خروجی) سیستم را در مدت یک دقیقه به دست می‌آوریم:

$$E_{\text{الکتریکی}} = P_{out} \times t = ۱۳۵ \times ۱۰^۶ \times ۶۰ = ۸۱ \times ۱۰^۸ J$$

بازده کل توربین و ژنراتور را حساب می‌کنیم و انرژی که آب باید به پره‌های توربین بدهد را به دست می‌آوریم:

$$Ra = Ra_{\text{توربین}} \times Ra_{\text{ژنراتور}} = \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۴۵}{۱۰۰}$$

$$E_{\text{آب}} = \frac{E_{\text{الکتریکی}}}{Ra} = \frac{۸۱ \times ۱۰^۸}{\frac{۴۵}{۱۰۰}} = ۱/۸ \times ۱۰^{۱۰} J$$

انرژی آب برابر مجموع انرژی‌های پتانسیل و گرانشی آن است. پس:

$$E_{\text{آب}} = mgh + \frac{۱}{۲}mV^۲ \Rightarrow ۱/۸ \times ۱۰^{۱۰} = m(۱۰ \times ۸۵ + \frac{۱}{۲} \times ۱۰^۲)$$

$$\Rightarrow ۱/۸ \times ۱۰^{۱۰} = ۹۰۰m \Rightarrow m = ۲ \times ۱۰^۷ kg$$

حالا حجم آب را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{۲ \times ۱۰^۷}{۱۰^۳} = ۲ \times ۱۰^۴ m^۳$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۷ دو نیروی وزن و مقاومت هوا روی گلوله کار انجام می‌دهد. طبق قضیه کار – انرژی جنبشی کار نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{f_D} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow -mgh + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow -۲ \times ۲۰ + W_{f_D} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۱۰} \times (۵^۲ - ۳۰^۲) \Rightarrow -۴۰ + W_{f_D} = -۸۷/۵ \Rightarrow W_{f_D} = -۴۷/۵J$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۸ **پاسخ تشریحی** با استفاده از رابطهٔ اختلاف انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2-v_1)(v_2+v_1)$$

$$\xrightarrow[v_2=(v_1+9)\,km/h=(v_1+2/5)\,m/s]{K_2-K_1=22/5\times10^3\,J\,,\,m=800\,kg} 22/5\times10^3=\frac{1}{2}\times800\times(v_1+2/5-v_1)(v_1+2/5+v_1)$$

$$\Rightarrow 22/5\times10^3=400\times2/5\times(2v_1+2/5)\Rightarrow 22/5=2v_1+2/5\Rightarrow v_1=10\,m/s$$

حال با داشتن v_1، انرژی جنبشی اولیهٔ خودرو را به دست می‌آوریم:

$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow K_1=\frac{1}{2}\times800\times(10)^2=40000\,J=40\,kJ$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۹ **پاسخ تشریحی** با توجه به این‌که ورزشکار، وزنه را با تندی ثابت پایین می‌آورد، طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی درمی‌یابیم که کار کل بر روی وزنه صفر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow[W_{mg}=+mg|\Delta h|]{W_t=W_{mg}+W_{\text{ورزشکار}}=\Delta K=0}+mg|\Delta h|+W_{\text{ورزشکار}}=0\xrightarrow{m=80\,kg\,,\,|\Delta h|=45\,cm}(80\times10\times0/45)+W_{\text{ورزشکار}}=0$$

$$\Rightarrow W_{\text{ورزشکار}}=-360\,J$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۳۰ **پاسخ تشریحی** با توجه به رابطهٔ $E=K+U$، انرژی مکانیکی را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$E=K+U\Rightarrow\begin{cases}E_1=K_1+U_1\xrightarrow[U_1=0]{K_1=0}E_1=0\\ E_2=K_2+U_2\xrightarrow[U_2=mgh_2]{K_2=\frac{1}{2}mv_2^2}E_2=\frac{1}{2}mv_2^2+mgh_2\\ \xrightarrow[v_2=360\,km/h=100\,m/s]{m=60\times10^3\,kg\,,\,h_2=2500\,m}E_2=(\frac{1}{2}\times60\times10^3\times(100)^2)+(60\times10^3\times10\times2500)\\ \Rightarrow E_2=(3\times10^8)+(15\times10^8)=18\times10^8\,J\xrightarrow{10^6\,J=1\,MJ}E_2=1800\,MJ\end{cases}$$

حال با داشتن انرژی مکانیکی در هر دو حالت، اختلاف انرژی مکانیکی را به دست می‌آوریم:

$$E_2-E_1=1800-0=1800\,MJ$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۳۱ **پاسخ تشریحی** چون کار نیروی خالص (کار کل) صفر است، با توجه به قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، اختلاف انرژی جنبشی جسم در ابتدا و انتهای جابه‌جایی صفر است؛ یعنی $K_{\text{انتها}}=K_{\text{ابتدا}}$ (مورد «الف» درست است)، اما نمی‌توان گفت در تمام طول حرکت، انرژی جنبشی و تندی جسم ثابت مانده است که در مورد آنها اطلاعی داده نشده است (مورد «پ» نادرست است).

از طرفی با توجه به این‌که انرژی جنبشی ثابت است، ثابت‌بودن انرژی مکانیکی وابسته به تغییر کردن یا نکردن انرژی پتانسیل است که در مورد آن اطلاعی داده نشده است (مورد «ب» نادرست است).

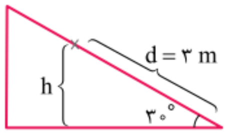
در نهایت با توجه به رابطهٔ $W=Fd\cos\theta$ درمی‌یابیم که برای صفربودن کار نیروی خالص (کار کل)، لزوماً نیروی خالص صفر نیست، بلکه ممکن است جابه‌جایی صفر باشد یا نیرو بر جابه‌جایی عمود باشد (مورد «ت» نادرست است).

بنابراین تنها یک مورد درست است.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۳۲ پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا کار نیروی وزن را در این جابه‌جایی به دست می‌آوریم:

$h = ۳ \times \sin ۳۰^\circ = ۱/۵\ m$



$$\xrightarrow{\text{حرکت رو به بالا}} W_{mg} = -mgh \Rightarrow W_{mg} = (-۱)۰/۲ \times ۱۰ \times ۱/۵ = -۳\ J$$

گام دوم: به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)]{W_t = W_{mg} + W_{f_k}} W_{mg} + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow[v_۱ = ۶\ m/s,\ v_۲ = ۲\ m/s]{W_{mg} = -۳\ J} -۳ + W_{f_k} = \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times (۲^۲ - ۶^۲) \Rightarrow -۳ + W_{f_k} = -۳/۲ \Rightarrow W_{f_k} = -۰/۲\ J$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۳ پاسخ تشریحی با توجه به قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)]{W_t = W_{mg} + W_{f_D}} W_{mg} + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow[m = ۳۰\ kg,\ h = ۵۰\ m,\ v_۱ = ۴\ m/s,\ v_۲ = ۲۴\ m/s]{W_{mg} = +mg|\Delta h|} (۳۰ \times ۱۰ \times ۵۰) + W_{f_D} = \frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times (۲۴^۲ - ۴^۲) \Rightarrow W_{f_D} = -۶۶۰۰\ J$$

حال با داشتن کار نیروی مقاومت هوا، بزرگی متوسط نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم:

$$W_{f_D} = -f_D d \xrightarrow[d = ۵۰\ m]{W_{f_D} = -۶۶۰۰\ J} -۶۶۰۰ = -f_D \times ۵۰ \Rightarrow f_D = ۱۳۲\ N$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۳۴ پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار نیروهای اتلافی را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_D} = \Delta K \xrightarrow[\Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)]{W_{mg} = (-)mg\Delta h} (-)\ mg\Delta h + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow[v_۱ = ۸\ m/s,\ v_۲ = ۶\ m/s]{\Delta h = ۳ - ۲ = ۱\ m} (-)\ m \times ۱۰ \times ۱ + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m(۶^۲ - ۸^۲) \Rightarrow W_{f_D} = -۴m$$

گام دوم: درصد اتلاف انرژی جنبشی اولیه را به دست می‌آوریم:

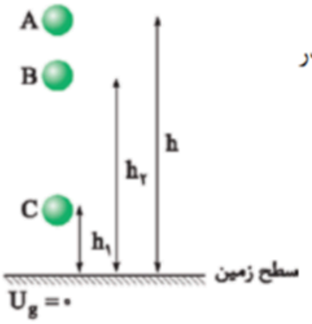
$$\frac{|W_{f_D}|}{K_۱} \times ۱۰۰ = \frac{۴m}{\frac{۱}{۲}m \times ۸^۲} \times ۱۰۰ = \%۱۲/۵$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۳۵ **پاسخ تشریحی** با توجه به توضیحات سؤال داریم:

(چون در ارتفاع $h_۲$ انرژی پتانسیل بیشتر از ارتفاع $h_۱$ است، بنابراین $h_۲ > h_۱$ است.)

شرایط خلأ است و اتلاف انرژی نداریم؛ پس با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر، یکسان است:



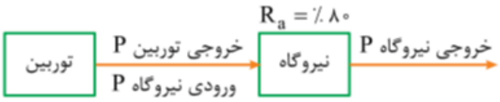
$$E_A = E_B = E_C \xrightarrow[K_B=\frac{۱}{۲}U_B\,,\,K_C=۳U_C]{E=K+U\,,\,K_A=۰} U_A = \frac{۱}{۲}U_B + U_B = ۳U_C + U_C$$

$$\Rightarrow U_A = \frac{۳}{۲}U_B = ۴U_C \Rightarrow \frac{U_B}{U_C} = \frac{۸}{۳} \xrightarrow[h_B=h_۲\,,\,h_C=h_۱]{U=mgh \;\Rightarrow\; U\propto h} \frac{h_B}{h_C} = \frac{h_۲}{h_۱} = \frac{۸}{۳}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۶ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا توان ورودی نیروگاه که همان توان خروجی توربین است را به دست می‌آوریم:

$$\text{نیروگاه}: \%Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۱۸۰}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = ۲۲۵\,\text{MW}$$



گام دوم: با داشتن توان خروجی توربین و مدت‌زمان، کار انجام‌شده روی توربین (کار نیروی وزن) را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{W}{t} \xrightarrow[t=۱\,\text{min}=۶۰\,\text{s}]{P=۲۲۵\,\text{MW}} ۲۲۵ \times ۱۰^۶ = \frac{W}{۶۰} \Rightarrow W = ۱/۳۵ \times ۱۰^{۱۰}\,\text{J}$$

گام سوم: با داشتن کار نیروی وزن، جرم و سپس حجم آب را به دست می‌آوریم:

$$W = mgh \xrightarrow{m=\rho V} W = \rho Vgh \xrightarrow[W=۱/۳۵\times۱۰^{۱۰}\,\text{J}]{\rho=۱۰۰۰\,\text{kg/m}^۳\,,\,h=۶۰\,\text{m}} ۱/۳۵ \times ۱۰^{۱۰} = ۱۰^۳ \times V \times ۱۰ \times ۶۰$$

$$\Rightarrow V = ۲/۲۵ \times ۱۰^۴\,\text{m}^۳$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۷ پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا کار خودرو را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{W_{\text{خودرو}}}{t} \xrightarrow[t=5\,s]{P=100\,hp=100\times 750\,W} 100\times 750 = \frac{W_{\text{خودرو}}}{5} \Rightarrow W_{\text{خودرو}} = 3/75\times 10^{5}\,J$$

گام دوم: با توجه به قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)]{W_t=W_{\text{خودرو}}+W_f} W_{\text{خودرو}} + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow[m=1200\,kg,\ v_1=36\,km/h=10\,m/s,\ v_2=90\,km/h=25\,m/s]{W_{\text{خودرو}}=3/75\times 10^{5}\,J} 3/75\times 10^{5} + W_f = \frac{1}{2}\times 1200\times (25^2 - 10^2)$$

$$\Rightarrow 3/75\times 10^{5} + W_f = 3/15\times 10^{5} \Rightarrow W_f = -0/6\times 10^{5}\,J = -60\times 10^{3}\,J = -60\,kJ$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۸ پاسخ تشریحی **گام اول:** نسبت انرژی جنبشی در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 1\times\left(\frac{1/2v_1}{v_1}\right)^2 = 1/44$$

گام دوم: تغییرات انرژی جنبشی جسم، $+22\,J$ است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 22 \xrightarrow{K_2=1/44K_1} 1/44K_1 - K_1 = 22$$

$$\Rightarrow 0/44K_1 = 22 \Rightarrow K_1 = \frac{22}{0/44} = \frac{2200}{44} = \frac{100}{2} = 50\,J$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۳۹ پاسخ تشریحی **گام اول:** وجود نیروی F، ما را مجاب خواهد کرد که از رابطهٔ $W_t = \Delta K$ استفاده کنیم و به سراغ رابطهٔ $E_2 - E_1 = W_f$ نرویم.

گام دوم: کار نیروی وزن را به دست می‌آوریم.

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -2/5\times 10\times 0/5 = -12/5\,J$$

توجه کنید، زمانی که جسم رو به بالا حرکت کند از رابطهٔ $-mg\Delta h$ و زمانی که جسم رو به پایین حرکت کند از رابطهٔ $+mg\Delta h$ برای محاسبهٔ کار نیروی وزن استفاده می‌کنیم.

گام سوم: کار نیروی F را به دست می‌آوریم. برای محاسبهٔ W_F کافی است جابه‌جایی در جهت نیروی F را در نظر بگیریم: $(d\cos\alpha = d_x = 1/5\,m)$

$$W_F = Fd\cos\alpha \Rightarrow W_F = Fd_x = 20\times 1/5 = 30\,J$$

گام چهارم: از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم و کار نیروهای اتلافی را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_F + W_{\text{اتلافی}} = \Delta K$$

تندی جسم در نقطه‌های A و B صفر است؛ بنابراین $K_B = K_A = 0$ و در نتیجه $\Delta K = 0$ است.

$$W_{mg} + W_F + W_{\text{اتلافی}} = 0 \Rightarrow -12/5 + 30 + W_{\text{اتلافی}} = 0 \Rightarrow W_{\text{اتلافی}} = -17/5\,J$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۰ پاسخ تشریحی **گام اول**: کار نیروهای F و f_k را جداگانه به دست می‌آوریم.

$$W_F = Fd\cos\alpha = ۸۰۰۰ \times ۲۵۰ \times \cos ۶۰^\circ = ۱۰۰۰۰۰۰J = ۱۰۰۰kJ$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -۳۰۰۰ \times ۲۵۰ = -۷۵۰۰۰۰J = -۷۵۰kJ$$

توجه کنید زاویه‌ای که بردار جابه‌جایی با بردار نیروی F می‌سازد، ۶۰° است.

گام دوم: به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، انرژی جنبشی در پایان مسیر را به دست می‌آوریم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} = K_{\text{پایان}} - K_{\text{ابتدا}}$$

تراکتور از حال سکون شروع به حرکت کرده است؛ بنابراین $K_{\text{ابتدا}} = ۰$ است.

$$۱۰۰۰ - ۷۵۰ = K_{\text{پایان}} \Rightarrow K_{\text{پایان}} = ۲۵۰kJ$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۱ پاسخ تشریحی **گام اول**: توان ورودی توربین از انرژی پتانسیل گرانشی آب به دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$P_{in} = \frac{mg\Delta h}{t} = \frac{(\rho V)\times g\Delta h}{t} = \frac{۱۰۰۰\times۲۰۰\times۱۰\times۱۲۵}{۱} = ۲۵۰\times۱۰^۶ W = ۲۵۰MW$$

گام دوم: توان ورودی ۲۵۰MW از کار نیروی گرانشی به دست می‌آید که ۲۰۰MW از آن به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود؛ بنابراین بازده توربین برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times \%۱۰۰ = \frac{۲۰۰}{۲۵۰} \times \%۱۰۰ = \%۸۰$$

توجه کنید که یکای kg / L معادل $g / cm^۳$ است.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۲ پاسخ تشریحی طبق رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times \left(\frac{v_۲}{v_۱}\right)^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \left(\frac{m_۱ - \frac{۲۵}{۱۰۰}m_۱}{m_۱}\right) \times \left(\frac{v_۱ + \frac{۲۰}{۱۰۰}v_۱}{v_۱}\right)^۲ = \frac{۳}{۴} \times \left(\frac{۶}{۵}\right)^۲ = \frac{۲۷}{۲۵}$$

حال درصد تغییر انرژی جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییر انرژی جنبشی} = \frac{K_۲ - K_۱}{K_۱} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۲۷}{۲۵}K_۱ - K_۱}{K_۱} \times ۱۰۰ = \%۸$$

بنابراین انرژی جنبشی ۸ درصد افزایش می‌یابد.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۳ پاسخ تشریحی کار کل انجام‌شده بر روی سورتمه، برابر با مجموع کار تک‌تک نیروهای وارد بر سورتمه است؛ یعنی:

$$W_t = W_F + F_{f_k} + W_{mg} + W_{F_N}$$

حالا با استفاده از رابطهٔ $W_F = Fd\cos\theta$ ، کار هر یک از این نیروها را به دست می‌آوریم. توجه کنید که نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی عمودند؛ پس کاری روی جسم انجام نمی‌دهند $(\cos\theta = \cos ۹۰^\circ = ۰)$.

$$W_t = W_F + W_{f_k} \xrightarrow{W=Fd\cos\theta} W_t = Fd\cos ۵۳^\circ + f_k d\cos ۱۸۰^\circ$$

$$\xrightarrow[d=۲۰۰\,m\,,\,\cos ۵۳^\circ=\sqrt{۱-\sin^۲ ۵۳^\circ}=\sqrt{۰/۳۶}=۰/۶]{F=۵۰۰۰N\,,\,f_k=۲۵۰۰N} W_t = ۵\times ۱۰^۳ \times ۲\times ۱۰^۲ \times ۰/۶ + ۲۵۰۰\times ۲۰۰\times(-۱) = ۰/۶\times ۱۰^۶ - ۰/۵\times ۱۰^۶$$

$= ۰/۱\times ۱۰^۶\,J$ یا $W_t = ۰/۱\,MJ$

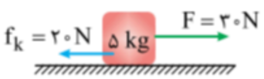
(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۴۴ پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی $(f_{s,max})$ را به دست می‌آوریم تا ببینیم جسم حرکت می‌کند یا نه.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[F_N = mg = ۵\times ۱۰ = ۵۰N]{\mu_s = ۰/۵} f_{s,max} = ۰/۵\times ۵۰ = ۲۵\,N$$

چون نیروی محرک $(F = ۳۰\,N)$ بزرگ‌تر از $f_{s,max} = ۲۵\,N$ است، پس جسم حرکت می‌کند. $F > f_{s,max} \Rightarrow$ جسم حرکت می‌کند.

گام دوم: چون جسم حرکت می‌کند؛ پس نیروی اصطکاکی که سطح بر جسم وارد می‌کند، از نوع جنبشی است و با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:



$$F - f_k = ma \xrightarrow{f_k=\mu_k F_N} F - \mu_k F_N = ma \xrightarrow[F_N=۵۰N,\,m=۵kg]{F=۳۰N,\,\mu_k=۰/۴} ۳۰ - ۰/۴\times ۵۰ = ۵a$$

$$\Rightarrow ۵a = ۱۰ \Rightarrow a = ۲\,m/s^۲$$

گام سوم: حالا برای این‌که ببینیم جسم در ۴ ثانیهٔ اول به اندازهٔ چند متر جابه‌جا می‌شود، از معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \xrightarrow[t=۴s]{v_۰=۰\,m/s\ ,\ a=۲\,m/s^۲} \Delta x = \frac{۱}{۲}\times ۲\times (۴)^۲ = ۱۶\,m$$

گام چهارم: در آخر کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$W_F = Fd\cos\theta \xrightarrow[d=۱۶m]{F=۳۰N\,,\,\cos ۰^\circ=۱} W_F = ۳۰\times ۱۶\times ۱ = ۴۸۰\,J$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۵ پاسخ تشریحی **گام اول:** کار نیروی وزن برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است؛ پس تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم در مسیر AB برابر است با:

$$W_{mg} = -\Delta U \xrightarrow{W_{mg}=۲۰\,J} \Delta U_{AB} = -۲۰\,J$$

گام دوم: حالا با توجه به تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم در مسیرهای AB و BC، می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow \begin{cases} \Delta U_{AB} = -۲۰\,J \Rightarrow mg(h_B - h_A) = -۲۰ \xrightarrow[g=۱۰\,m/s^۲]{m=۲kg} h_B - h_A = -۱\,m \\ \Delta U_{BC} = -۱۰\,J \Rightarrow mg(h_C - h_B) = -۱۰ \xrightarrow[g=۱۰\,m/s^۲]{m=۲kg} h_C - h_B = -۰/۵\,m \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{دستگاه می‌نویسیم.}} \begin{cases} h_B - h_A = -۱ \\ h_C - h_B = -۰/۵ \end{cases} \Rightarrow h_C - h_A = -۱/۵\,m$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۴۶ پاسخ تشریحی **گام اول:** کافی است قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را برای شکل‌های «الف» و «ب» بنویسیم:

$$\text{شکل (الف)}: F_{net}d\cos\theta = \frac{۱}{۲}m_۱(v_۱^۲ - v_۰^۲) \xrightarrow[m_۱=m\,,\,v_۰=۰]{F_{net}=F\,,\,\cos ۰^\circ=۱} Fd = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \quad (۱)$$

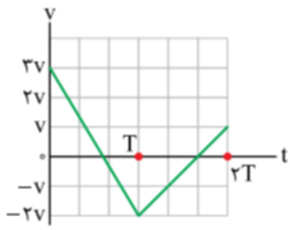
$$\text{شکل (ب)}: F_{net}d\cos\theta = \frac{۱}{۲}m_۲(v_۲^۲ - v_۰^۲) \xrightarrow[m_۲=۲m\,,\,v_۰=۰]{F_{net}=F\,,\,\cos ۰^\circ=۱} Fd = \frac{۱}{۲}\times(۲m)\times(v_۲)^۲ = mv_۲^۲ \quad (۲)$$

گام دوم: حالا رابطهٔ (۲) را به رابطهٔ (۱) تقسیم می‌کنیم و به کمک آن، خواستهٔ سؤال، یعنی نسبت $\frac{v_۲}{v_۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\cancel{Fd}}{\cancel{Fd}} = \frac{\cancel{m}v_۲^۲}{\frac{۱}{۲}\cancel{m}v_۱^۲} \Rightarrow \left(\frac{v_۲}{v_۱}\right)^۲ = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۷ پاسخ تشریحی با توجه به نمودار و با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:



$$\frac{W_{t(\text{T ثانیهٔ اول})}}{W_{t(\text{T ثانیهٔ دوم})}} = \frac{\cancel{\frac{۱}{۲}}m[(-۲v)^۲ - (۳v)^۲]}{\cancel{\frac{۱}{۲}}m[v^۲ - (-۲v)^۲]} = \frac{۴v^۲ - ۹v^۲}{v^۲ - ۴v^۲} = \frac{-۵\cancel{v^۲}}{-۳\cancel{v^۲}} = \frac{۵}{۳}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۸ پاسخ تشریحی نیروی مقاومت هوا ناچیز فرض شده است، پس با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، می‌توانیم بنویسیم (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در سطح زمین در نظر می‌گیریم):

$$E_۱ = E_۲ \xrightarrow{E=K+U} K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \xrightarrow{K_۲=K_۱+\frac{۳۰}{۱۰۰}K_۱=۱/۳K_۱} K_۱ + U_۱ = ۱/۳K_۱ + U_۲ \Rightarrow -۰/۳K_۱ = U_۲ - U_۱$$

$$\xrightarrow[U_۲-U_۱=mg(h_۲-h_۱)]{K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} -\frac{۳}{۱۰}\times\frac{۱}{۲}\cancel{m}v_۱^۲ = \cancel{m}g(h_۲ - h_۱) \xrightarrow[v_۱=۳۰\,m/s\,,\,h_۱=۲۰\,m]{g=۱۰\,N/kg} -\frac{۳}{۱\cancel{۰}}\times\frac{۱}{۲}\times ۹\cancel{۰}\cancel{۰} = ۱\cancel{۰}(h_۲ - ۲۰)$$

$$\Rightarrow -۱۳/۵ = h_۲ - ۲۰ \Rightarrow h_۲ = ۶/۵\,m$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۴۹ **پاسخ تشریحی** کاری که نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله انجام می‌دهد، برابر با تغییر انرژی مکانیکی گلوله است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در سطح زمین در نظر می‌گیریم):

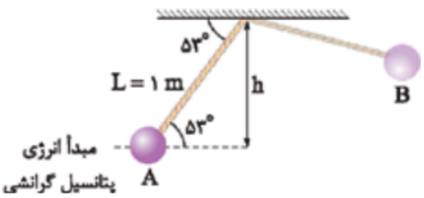
$$W_f = E_2 - E_1 \xrightarrow{E=K+U} W_f = (K_2+U_2)-(K_1+U_1) \xrightarrow[U=mgh]{K=\frac{1}{2}mv^2} W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1)$$

$$\xrightarrow[v_1=1/5\times 10^{3}\,m/s\,,\,h_1=2m\,,\,h_2=0]{m=50\times 10^{-3}kg\,,\,v_2=400m/s\,,\,g=10N/kg} W_f = \frac{1}{2}\times 50\times 10^{-3}[\underbrace{(400)^2}_{160000} - \underbrace{(1500)^2}_{2250000}] + 50\times 10^{-3}\times 10(0-2)$$

$$= \frac{1}{2}\times 5\times 10^{-2}\times(-209\times 10^{4}) - 1 = -52250 - 1 = -52251\,J \text{ یا } W_f = -52/251\,kJ$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۰ **پاسخ تشریحی** برای این‌که گلولهٔ آونگ به سقف برخورد نکند، مسلماً باید تندی آن قبل از رسیدن به سقف، صفر شود. اگر تندی گلوله به محض رسیدن به سقف صفر شود (گلوله به سقف برخورد نکند)، آن‌گاه گلوله در نقطهٔ A بیشترین تندی را دارد. با توجه به این‌که نیروی مقاومت هوا ناچیز است، پایستگی انرژی مکانیکی را برای گلوله می‌نویسیم.



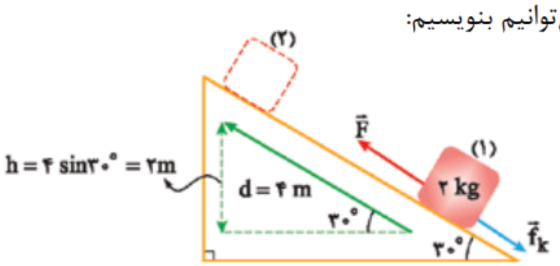
$$\sin 53^\circ = \frac{h}{1} \xrightarrow{\sin 53^\circ = \sqrt{1-\cos^2 53^\circ} = \sqrt{0/64} = 0/8} h = 0/8\,m$$

$$E_A = E_B \xrightarrow{E=K+U} K_A + U_A = K_B + U_B \xrightarrow[v_B=0 \Rightarrow K_B=0]{U_A=0} K_A = U_B$$

$$\xrightarrow[U_B=mgh_B]{K_A=\frac{1}{2}mv_A^2} \frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 = \cancel{m}gh_B \xrightarrow[g=10N/kg]{h_B=h=0/8m} \frac{1}{2}v_A^2 = 10\times 0/8 \Rightarrow v_A^2 = 16 \xrightarrow{\text{جذر}} v_A = 4\,m/s$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۱ **پاسخ تشریحی** با توجه به شکل زیر و با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:



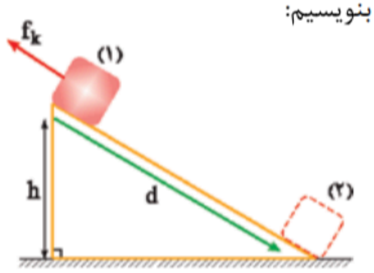
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow Fd\cos 0^\circ - mgh + f_k d\cos 180^\circ = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow[\cos 0^\circ=1,\cos 180^\circ=-1,h=2m,v_2=3m/s]{F=24N,d=4m,m=2kg,v_1=1m/s} 24\times 4\times 1 - 2\times 10\times 2 + f_k\times 4\times(-1) = \frac{1}{\cancel{2}}\times\cancel{2}[(3)^2-(1)^2] \Rightarrow 96 - 40 - 4f_k = 9 - 1$$

$$\Rightarrow 4f_k = 48 \Rightarrow f_k = 12\,N$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۲ پاسخ تشریحی **گام اول**: با توجه به شکل «الف» و با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

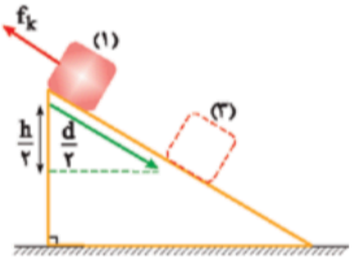


(الف)

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_{f_k}+W_{mg}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2) \Rightarrow f_k d\cos 180^\circ + mgh=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\xrightarrow[v_1=2\,m/s,\ v_2=4\,m/s]{\cos 180^\circ=-1} -f_k d+mgh=\frac{1}{2}m(16-4) \Rightarrow -f_k d=6m-mgh \quad (1)$$

گام دوم: حالا دوباره از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم و با توجه به شکل «ب» می‌نویسیم ($\frac{h}{2}$ را با استفاده از تشابه مثلث‌ها به دست آوردیم):



(ب)

$$W'_t=\Delta K' \Rightarrow W'_{f_k}+W'_{mg}=\frac{1}{2}m(v_3^2-v_1^2) \Rightarrow f_k\frac{d}{2}\cos 180^\circ+mg\frac{h}{2}=\frac{1}{2}m(v_3^2-v_1^2)$$

$$\xrightarrow[v_1=2\,m/s]{\cos 180^\circ=-1} -f_k\frac{d}{2}+mg\frac{h}{2}=\frac{1}{2}m(v_3^2-4) \xrightarrow{(\times 2)} -f_k d=m(v_3^2-4)-mgh \quad (2)$$

گام سوم: در آخر سمت راست دو رابطهٔ (۱) و (۲) را برابر با یکدیگر قرار می‌دهیم.

$$6m-\cancel{mgh}=m(v_3^2-4)-\cancel{mgh} \Rightarrow 6\cancel{m}=\cancel{m}(v_3^2-4) \Rightarrow v_3^2=10 \Rightarrow v_3=\sqrt{10}\,m/s$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۳ **پاسخ تشریحی** با توجه به این‌که هر سه توپ از ارتفاع یکسانی پرتاب شده‌اند و جرم یکسانی دارند، چون ارتفاع اول و آخر هر سه توپ یکسان است؛ پس تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها هم یکسان است. از طرفی چون کار نیروی وزن برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است $(W_{mg} = -\Delta U)$؛ پس کار نیروی وزن هر سه توپ از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ برخورد به سطح زمین با یکدیگر برابر است. (درستی عبارت «پ»)

$$W_{mg_{\text{توپ}1}} = W_{mg_{\text{توپ}2}} = W_{mg_{\text{توپ}3}}$$

حالا چون از نیروی مقاومت هوا صرف نظر شده است؛ پس پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \xrightarrow{E=K+U} K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_1 - K_2 = U_2 - U_1 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) هر سه توپ از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ برخورد به سطح زمین یکسان است؛ پس با توجه به رابطهٔ $\Delta K = -\Delta U$، تغییر انرژی جنبشی هر سه توپ از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ برخورد به سطح زمین نیز یکسان است. (درستی عبارت «ب»)

$$\Delta K_{\text{توپ}1} = \Delta K_{\text{توپ}2} = \Delta K_{\text{توپ}3}$$

از تندی پرتاب توپ‌ها اطلاعی نداریم، پس ممکن است توپ‌ها با تندی‌های متفاوتی پرتاب شده باشند؛ بنابراین با توجه به رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$، انرژی جنبشی توپ‌ها در لحظهٔ پرتاب الزاماً یکسان نیست.

$$K_{\text{توپ}1} \neq K_{\text{توپ}2} \neq K_{\text{توپ}3}$$

از طرفی چون $\Delta K_{\text{توپ}1} = \Delta K_{\text{توپ}2} = \Delta K_{\text{توپ}3}$ است؛ پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که انرژی جنبشی توپ‌ها در لحظهٔ برخورد به سطح زمین و هم‌چنین تندی آن‌ها در این لحظه الزاماً یکسان نیست. (رد عبارت «الف»)

$$K'_{\text{توپ}1} \neq K'_{\text{توپ}2} \neq K'_{\text{توپ}3} \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} v'_1 \neq v'_2 \neq v'_3$$

انرژی پتانسیل گرانشی هر سه توپ در لحظهٔ برخورد به سطح زمین یکسان است، ولی انرژی جنبشی آن‌ها در این لحظه الزاماً یکسان نیست؛ بنابراین با توجه به رابطهٔ $E = K + U$، انرژی مکانیکی توپ‌ها در لحظهٔ برخورد به سطح زمین نیز الزاماً یکسان نیست. (رد عبارت «ت»)

$$E = K + U \xrightarrow[K'_{\text{توپ}1} \neq K'_{\text{توپ}2} \neq K'_{\text{توپ}3}]{U'_{\text{توپ}1} = U'_{\text{توپ}2} = U'_{\text{توپ}3}} E'_{\text{توپ}1} \neq E'_{\text{توپ}2} \neq E'_{\text{توپ}3}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۴ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار انجام‌شده توسط پمپ را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = \Delta K \xrightarrow[W_{mg}=-mgh]{\text{تندی ثابت} \Rightarrow \Delta K=0} W_{\text{پمپ}} - mgh = 0 \xrightarrow{m=\rho V} W_{\text{پمپ}} = \rho V g h$$

$$\xrightarrow[g=10\,m/s^2\,,\ h=28-(-22)=50\,m]{\rho=1\times10^3\,g/L\,,\ V=18\times10^3\,L} W_{\text{پمپ}} = \underbrace{\frac{1\times\cancel{10^3}\times18\times10^3}{\cancel{1000}}}_{\text{تبدیل به } kg}\times10\times50 = 9\times10^6\,J$$

گام دوم: حالا توان پمپ را محاسبه می‌کنیم.

$$P_{\text{پمپ}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=3600\,s]{W_{\text{پمپ}}=9\times10^6\,J} P_{\text{پمپ}} = \frac{\overset{1}{\cancel{9}}\times10^6}{\underset{400}{\cancel{3600}}} = 2500\,W$$

گام سوم: در آخر بازده پمپ را به دست می‌آوریم و تمام!

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \xrightarrow[P_{\text{ورودی}}=4\times10^3\,W]{P_{\text{خروجی}}=P_{\text{پمپ}}=2500\,W} Ra = \frac{2500}{4\times10^3} = 0/625 \xrightarrow{\text{برحسب درصد}} Ra = 0/625\times100 = \%62/5$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۵ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار انجام‌شده توسط موتور خودرو را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow[m=750\,kg,\ v_2=54\times\frac{10}{36}=15\,m/s,\ h=50\,m]{W_{mg}=-mgh,\ v_1=18\times\frac{10}{36}=5\,m/s} -750\times10\times50+W_{\text{موتور}}=\frac{1}{2}\times750(15^2-5^2) \Rightarrow -375000+W_{\text{موتور}}=75000$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 450000\,J$$

گام دوم: حالا توان متوسط موتور را با استفاده از رابطهٔ $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$ محاسبه می‌کنیم:

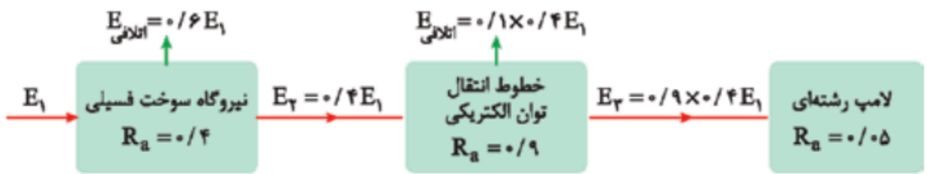
$$P_{av,\text{موتور}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=60\,s]{W_{\text{موتور}}=450000\,J} P_{av,\text{موتور}} = \frac{450000}{60} = 7500\,W$$

گام سوم: توان متوسط خودرو در این حرکت، حداقل $7500\,W$ است. چرا حداقل؟ چون اگر نیروهای اتلافی (مثل نیروی مقاومت هوا، نیروی اصطکاک و ...) حضور داشته باشند، موتور خودرو باید کار بیشتری انجام دهد. این مقدار توان را برحسب اسب بخار (hp) به دست می‌آوریم:

$$P_{av,\text{موتور}} = 7500\,W \times \frac{1\,hp}{750\,W} = 10\,hp$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۵۶ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا یک طرح‌وارهٔ مناسب رسم می‌کنیم *تا ببینیم چی به چی شد؟!*



گام دوم: انرژی لازم برای روشن‌ماندن لامپ رشته‌ای به مدت ۱۸۰ ساعت را به دست می‌آوریم:

$$E_{\text{لامپ}} = P_{\text{لامپ}}\Delta t \xrightarrow[\Delta t=180\times3600\,s]{P_{\text{لامپ}}=100\,W} E_3 = 100\times180\times3600 = 18\times36\times10^5\,J$$

گام سوم: حالا با توجه به طرح‌واره‌ای که در گام اول رسم کردیم، می‌توانیم بنویسیم:

$$E_3 = 0/9\times0/4E_1 \xrightarrow{E_3=18\times36\times10^5\,J} 18\times36\times10^5 = 0/9\times0/4E_1 \Rightarrow E_1 = 18\times10^7\,J$$

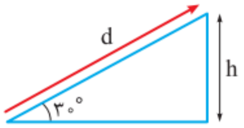
گام چهارم: تا الان فهمیدیم که انرژی ورودی به نیروگاه سوخت فسیلی باید $18\times10^7\,J$ باشد تا یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰واتی به مدت ۱۸۰ ساعت روشن بماند. مقدار جرم سوخت مورد نیاز برای تأمین این انرژی را با یک تناسب ساده محاسبه می‌کنیم:

انرژی (J)	جرم (g)
45×10^3	۱
18×10^7	m

$$m = \frac{18\times10^7\times1}{45\times10^3} = 4\times10^3\,g \ \text{ یا } \ m = 4\,kg$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۷ پاسخ تشریحی **گام اول:** کار انجام‌شده توسط نیروی F برابر ۷۲ J است. مسافت طی‌شده تا رسیدن به بالای سطح شیب‌دار را به دست می‌آوریم:



$$W_F = Fd\cos\theta \Rightarrow ۷۲ = ۲۰ \times d \times \cos ۰ \Rightarrow d = \frac{۷۲}{۲۰} = ۳/۶\ m$$

حال به کمک زاویهٔ ۳۰°، تغییرات ارتفاع جسم را در این جابه‌جایی به دست می‌آوریم:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{h}{۳/۶} \Rightarrow h = ۱/۸\ m$$

گام دوم: از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برای محاسبهٔ تندی در بالای سطح شیب‌دار استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_F = \Delta K$$

$$\Rightarrow -mgh + ۷۲ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow{v_۱=۰} -۲(۱۰)(۱/۸) + ۷۲ = \frac{۱}{۲}(۲)(v_۲^۲)$$

$$\Rightarrow -۳۶ + ۷۲ = v_۲^۲ \Rightarrow ۳۶ = v_۲^۲ \Rightarrow v_۲ = ۶\ m/s$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۸ پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از رابطهٔ $W_t = \Delta K$، کار انجام‌شده توسط پمپ را به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} - mg\Delta h = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

توجه کنید که آب از عمق ۵m به ارتفاع ۱متری سطح زمین آمده است و تغییرات ارتفاع آن ۶m است.

$$W_{\text{پمپ}} - ۶۰۰ \times ۱۰ \times ۶ = \frac{۱}{۲}(۶۰۰)(۴^۲ - ۰^۲)$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} - ۳۶۰۰۰ = ۴۸۰۰ \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = ۴۰۸۰۰\ J$$

گام دوم: توان خروجی پمپ را به دست می‌آوریم:

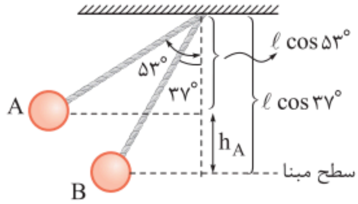
$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} = \frac{۴۰۸۰۰}{۶۰} = ۶۸۰\ W$$

گام سوم: بازده پمپ را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ = \frac{۶۸۰}{۱۰۰۰} \times ۱۰۰ = ٪۶۸$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۹ **پاسخ تشریحی** **گام اول**: تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی را به دست می‌آوریم:



$$h_A = \ell\cos 37^\circ - \ell\cos 53^\circ \Rightarrow h_A = \ell(\cos 37^\circ - \cos 53^\circ)$$

$$\Rightarrow h_A = \ell(0/8 - 0/6) = 1/5(0/2) = 0/3\,m\,,\; h_B = 0$$

$$\Delta U_{AB} = mgh_B - mgh_A = 0 - m(10)(0/3) = -3\,m$$

گام دوم: از آن‌جا که اتلاف انرژی مکانیکی نداریم، رابطهٔ $\Delta U + \Delta K = 0$ برقرار است.

$$\Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow -3m + \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = 3m \Rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 6$$

تندی گلوله در نقطهٔ B، $1\,m/s$ بیشتر از تندی گلوله در نقطهٔ A است، بنابراین داریم:

$$(v_A + 1)^2 - v_A^2 = 6 \Rightarrow v_A^2 + 2v_A + 1 - v_A^2 = 6$$

$$\Rightarrow 2v_A = 5 \Rightarrow v_A = 2/5\,m/s$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۶۰

$$\Delta K + \Delta U = 0 \xrightarrow[\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)]{\Delta U = mg\Delta h} mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = 0$$

$$\Rightarrow g\Delta h + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = 0 \xrightarrow[v_1 = 60\,m/s]{\Delta h = h_2 - h_1 = 0 - 320 = -320\,m} 10 \times (-320) + \frac{1}{2}(v_2^2 - 60^2) = 0$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 10000 \Rightarrow v_2 = 100\,m/s$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۶۱ **گام اول**: کار مفید هر یک از پمپ‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\rho = 0/9\,g/cm^3 = 900\,kg/m^3$$

$$W_t = mg\Delta h \xrightarrow[\Delta h = 2600 - 2000 = 600\,m]{m = \rho V = 900 \times 120 = 108000\,kg} W_t = 108000 \times 10 \times 600 = 648 \times 10^6\,J$$

$$\xrightarrow[W_t = 2W]{\text{۲ پمپ مشابه داریم.}} 2W = 648 \times 10^6 \Rightarrow W = 324 \times 10^6\,J$$

گام دوم: توان خروجی هر یک از پمپ‌ها را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} \xrightarrow[t = 1\,min = 60\,s]{W = 324 \times 10^6\,J} P_{\text{خروجی}} = \frac{324 \times 10^6}{60} = 5/4 \times 10^6\,W = 5/4\,MW$$

گام سوم: توان ورودی هر یک از پمپ‌ها را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \xrightarrow[P_{\text{خروجی}} = 5/4\,MW]{Ra = 30} 30 = \frac{5/4}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{540}{30} = 18\,MW$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۶۲ پاسخ تشریحی **گام اول:** تندی متحرک در حالت اول و در حالت دوم را برحسب m/s به دست می‌آوریم:

$$v_1 = \frac{30}{3/6} = \frac{25}{3}\,m/s$$

$$v_2 = \frac{60}{3/6} = \frac{50}{3}\,m/s$$

گام دوم: با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده روی خودرو را به دست می‌آوریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow[v_1=\frac{25}{3}m/s,\ v_2=\frac{50}{3}m/s]{m=1080kg} W_t = \frac{1}{2}\times 1080((\frac{50}{3})^2 - (\frac{25}{3})^2)$$

$$\Rightarrow W_t = 540(\frac{2500}{9} - \frac{625}{9}) = 540(\frac{1875}{9}) = 112500J$$

$$\Rightarrow W_t = 112/5\,kJ$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۶۳ پاسخ تشریحی **گام اول:** رابطهٔ پایستگی انرژی را بین دو نقطهٔ A و B می‌نویسیم. توجه کنید که تندی جسم در نقطهٔ A، صفر است؛ بنابراین انرژی جنبشی آن نیز صفر است.

$$E_A = E_B \Rightarrow \cancel{K_A}^{0} + U_A = K_B + U_B \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\Rightarrow gh_A = \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B \xrightarrow[h_A=5m,\ h_B=3/2m]{g=10N/kg} 10\times 5 = \frac{1}{2}v_B^2 + 10\times 3/2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 36 \Rightarrow v_B = 6\,m/s$$

پس مورد «الف» درست است.

گام دوم: پایستگی انرژی مکانیکی را بین دو نقطهٔ A و C می‌نویسیم:

$$E_A = E_C \Rightarrow \cancel{K_A}^{0} + U_A = K_C + U_C \Rightarrow K_C = U_A - U_C$$

$$\Rightarrow K_C = mgh_A - mgh_C = mg(h_A - h_C) \xrightarrow[h_A=5m,\ h_C=2m]{m=12kg,\ g=10N/kg} K_C = 12\times 10(5-2) = 360J$$

پس مورد «ب» نادرست است.

گام سوم: کار نیروی گرانش در جابه‌جایی جسم از نقطهٔ A تا B را به دست می‌آوریم. چون جابه‌جایی قائم جسم رو به پائین است، کار نیروی گرانش مثبت بوده و مورد «پ» نادرست است.

$$(W_{mg})_{AB} = mg(h_A - h_B) \xrightarrow[h_A=5m,\ h_B=3/2m]{m=12kg,\ g=10N/kg} (W_{mg})_{AB} = 12\times 10(5 - 3/2)$$

$$\Rightarrow (W_{mg})_{AB} = 120\times 1/8 = 216J$$

تکنیک جابه‌جایی قائم جسم از A تا B به سمت پایین است. بنابراین کار نیروی گرانش مثبت است و ۳ و ۴ رد می‌شوند. مورد الف هم در هر دو ۱ و ۲ وجود دارد، پس درست است. بنابراین می‌توانیم فقط با محاسبات گام دوم، انرژی جنبشی جسم در نقطهٔ C را به دست آوریم و گزینهٔ صحیح را انتخاب کنیم.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۴ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** تندی شاره در هنگام عبور از قسمت B را به دست می‌آوریم.

$$v_A A_A = v_B A_B \Rightarrow v_A r_A^2 = v_B r_B^2 \Rightarrow 0/5 \times (2r_B)^2 = v_B r_B^2$$

$$0/5 \times 4 = v_B \Rightarrow v_B = 2\ m/s$$

گام دوم: کار کل انجام‌شده روی ۸۰۰ گرم شاره را زمانی که از ناحیهٔ A به ناحیهٔ B حرکت می‌کند به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} \times m(v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2}(0/8)(2^2 - 0/5^2) = 0/4(4 - 0/25) = +1/5\ J$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۵ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** کاری که پمپ بر روی آب انجام می‌دهد را حساب می‌کنیم:

$$W = \Delta U + \Delta K \xrightarrow[\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)]{\Delta U = mgh} W = (mgh) + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{V_1 = 0} W = m(gh + \frac{1}{2}v_2^2)$$

$$\xrightarrow{m = \rho V} W = \rho V(gh + \frac{1}{2}v_2^2) \xrightarrow[V = 3m^3, h = 12m, v_2 = 4\ m/s]{\rho = 1\ g/cm^3 = 1000\ kg/m^3} W = 1000 \times 3(\underbrace{(10 \times 12)}_{120} + \underbrace{(\frac{1}{2} \times 4^2)}_{8}) = 3000 \times 128(J)$$

گام دوم: توان خروجی پمپ را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} \xrightarrow[t = 1min = 60s]{W = 3000 \times 128\ (J)} P_{\text{خروجی}} = \frac{3000 \times 128}{60} = 50 \times 128(W)$$

گام سوم: بازده پمپ را حساب می‌کنیم:

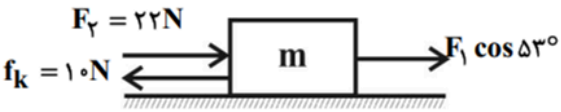
$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \xrightarrow[P_{\text{ورودی}} = 12/5kW = 12/5 \times 10^3\ W]{P_{\text{خروجی}} = 50 \times 128(W)} Ra = \frac{50 \times 128}{12/5 \times 10^3} = \frac{512}{1000}$$

بنابراین بازده پمپ برحسب درصد برابر است با:

$$Ra = \frac{512}{1000} \times 100 = \%51/2$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۶ کار کل انجام شده معادل $W_T = F_T.d$ می‌باشد که طبق این رابطه F_T برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای حرکت است. پس با به دست آوردن مؤلفهٔ نیروی $F_1 = 10N$ در راستای حرکت، داریم:



$$W_T = F_T d = (22 + 10 \times 0/6 - 10) \times 10 = 180J$$

کار انجام شده توسط نیروی $\vec{F_1}$ برابر است با:

$$W_{F_1} = F_1 \cos\alpha . d = 10 \times 0/6 \times 10 = 60J$$

پس:

$$\frac{W_T}{W_{F_1}} = \frac{180}{60} = 3$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۷

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_1=v_2]{\text{سرعت ثابت است.}} W_t = 0 \Rightarrow W_F + W_{\text{اصطکاک}} = 0 \quad |W_F| = |W_{\text{اصطکاک}}|$$

حال می‌توان به‌جای به‌دست آوردن اندازه‌ی کار نیروی اصطکاک، کار نیروی F را محاسبه کرد.

$$W_F = F.d\cos\theta \xrightarrow{d=v.t} W_F = F.v.t.\cos\theta$$

$$\xrightarrow[t=20s,\,F=60N,\,\theta=60^\circ]{v=18\frac{km}{h}=5\frac{m}{s}} W_F = 20\times5\times60\times\frac{1}{2} = 3000J \Rightarrow |W_{\text{اصطکاک}}| = 3000J$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۸

ابتدا انرژی مصرفی در $100km$ را حساب می‌کنیم:

$$E = 5\times4\times10^7 = 20\times10^7 J$$

حال باید مدت زمان را از فرمول $\Delta x = V_0 t$ به دست آوریم:

$$\begin{cases} t = \dfrac{\Delta x}{v} = \dfrac{100\times10^3}{20} = 5\times10^3 s \\ v = 72\dfrac{km}{h} \div 3/6 = 20 m/s \end{cases}$$

مرحله بعدی به دست آوردن توان مصرفی و بعد از آن توان مفید است:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{E_{\text{مصرفی}}}{t} = \frac{20\times10^7}{5\times10^3} = 4\times10^4 W$$

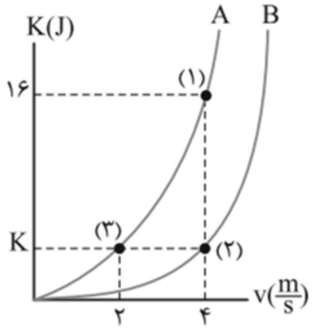
وقتی گفته شده ۷۰ درصد انرژی تلف می‌شود یعنی راندمان ما ۳۰ درصد است.

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}}\times100 \Rightarrow \frac{30}{100} = \frac{P_{\text{مفید}}}{4\times10^4} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 12000W$$

قدم آخر تبدیل وات به اسب بخار: $12000W \times \dfrac{1hP}{750W} = 16hP$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۶۹ با توجه به نمودار و با استفاده از اطلاعات نقطهٔ (۱) و داشتن تندی و انرژی جنبشی جسم **A**، جرم جسم **A** را به‌دست می‌آوریم:



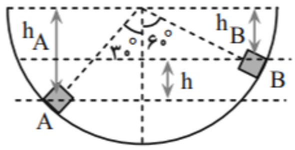
$$K_A = \frac{1}{2}m_A v_A^2 \xrightarrow[v_A=4m/s]{K_A=16J} 16 = \frac{1}{2}m_A(16) \Rightarrow m_A = 2kg$$

در ادامه با استفاده از اطلاعات نقاط (۲) و (۳) که می‌دانیم انرژی جنبشی جسم **A** و **B** با هم برابرند و همچنین تندی این دو جسم را داریم، می‌توانیم با کمک رابطهٔ نسبت انرژی جنبشی، جرم جسم **B** را به‌دست آوریم:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \xrightarrow[v_A=2m/s,\,v_B=4m/s]{K_A=K_B=K,\,m_A=2kg} 1 = \frac{2}{m_B}\times\left(\frac{2}{4}\right)^2 \Rightarrow m_B = 2\times\frac{1}{4} = \frac{1}{2}kg$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۰ حرکت جسم از نقطهٔ **A** تا **B** به سمت بالا می‌باشد، بنابراین از رابطهٔ $\Delta U = -mgh$ برای به‌دست آوردن تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی استفاده می‌کنیم. همچنین به کمک شکل مقابل و روابط مثلثات، تغییرات عمودی جسم **(h)** را می‌یابیم:



$$h_A = R\cos 30^\circ \xrightarrow{\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}} h_A = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

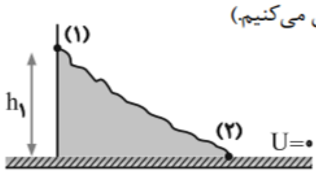
$$h_B = R\cos 60^\circ \xrightarrow{\cos 60^\circ=\frac{1}{2}} h_B = \frac{1}{2}R \qquad h = h_A - h_B \xrightarrow[h_B=\frac{1}{2}R]{h_A=\frac{\sqrt{3}}{2}R} h = \frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{1}{2}R = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)R$$

نهایتاً برای یافتن تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی خواهیم داشت:

$$\Delta U = +mgh \xrightarrow{h=\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)R} \Delta U = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)mgR$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۱ در اینجا سرعت جسم (v_1) و ارتفاع جسم (h_1) در نقطهٔ پرتاب به ما داده شده و سرعت برخورد به سطح زمین (v_2) را از ما می‌خواهد. بنابراین کافی است اصل پایستگی انرژی مکانیکی را در نقطهٔ پرتاب (۱) و نقطهٔ برخورد به زمین (۲) در نظر بگیریم (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل فرض می‌کنیم).

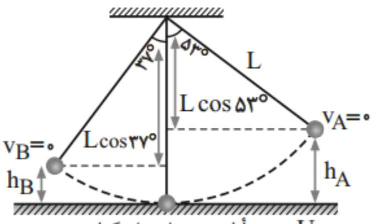


$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2=0} U_1 + K_1 = K_2$$

$$\Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow[g=10m/s^2]{v_1=30m/s\,,\,h_1=45m} 450 + 450 = \frac{v_2^2}{2} \Rightarrow v_2^2 = 1800 \Rightarrow v_2 = 30\sqrt{2}\,m/s$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۲ مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح افقی عبوری از نقطهٔ تعادل (پایین‌ترین نقطـه) در نظر می‌گیریم. به کمک رابطهٔ $h = L(۱-\cos\alpha)$ می‌توان ارتفاع گلولـه را از مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی محاسبه کرد:



$$h_A = L(۱-\cos\alpha) = ۲(۱-\cos ۵۳^\circ) = ۲(۱-۰/۶) = ۰/۸\,m$$

$$h_B = L(۱-\cos\alpha) = ۲(۱-\cos ۳۷^\circ) = ۲(۱-۰/۸) = ۰/۴\,m$$

از طرفی می‌دانیم کار نیروی مقاوم (W_f) همـان کـاهش انـرژی مکـانیکی اسـت. چون گلوله حداکثر تا نقطهٔ B بالا می‌رود، یعنی در این نقطه متوقف می‌شـود، لـذا $v_B = ۰$ و در نتیجه $K_B = ۰$ خواهد بود. بنابراین داریم:

$$E_B = U_B + K_B = mgh_B + ۰ = ۰/۵ \times ۱۰ \times ۰/۴ = ۲J$$

چون گلوله از A رها شده است. بنابراین $v_A = ۰$ و در نتیجه $K_A = ۰$ خواهـد بود. در این صورت داریم:

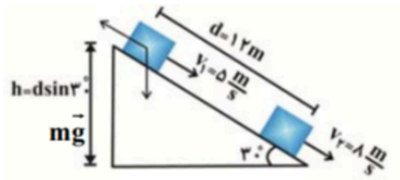
$$E_A = U_A + K_A = mgh_A + ۰ = ۰/۵ \times ۱۰ \times ۰/۸ = ۴J$$

در نهایت کار نیروی مقاوم برابر است با:

$$W_f = E_B - E_A = ۲ - ۴ = -۲J$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۳ فقط نیروهای وزن و اصطکاک بر روی جسم طی حرکت روی سطح شیبدار کار انجام می‌دهند، بنابراین طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = K_۲ - K_۱ \xrightarrow{W_{mg}=mgh} W_{f_k} + mgh = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) - mgh \quad \Rightarrow W_{f_k} = \frac{۱}{۲}\times ۲ \times (۸^۲ - ۵^۲) - ۲\times ۱۰ \times ۱۲ \times \sin ۳۰^\circ \quad \Rightarrow W_{f_k} = -۸۱\,J$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۴

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \quad \begin{cases} \dfrac{K_۲}{K_۱} = \dfrac{m_۲}{m_۱} \times \left(\dfrac{v_۲}{v_۱}\right)^۲ \\ v_۱ = ۷۲\dfrac{km}{h} = ۲۰\dfrac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow ۲ = ۱ \times \left(\frac{v_۲}{۲۰}\right)^۲ \Rightarrow \sqrt{۲} = \frac{v_۲}{۲۰} \xrightarrow{\sqrt{۲}\simeq ۱/۴} v_۲ = ۲۸\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta v = ۲۸ - ۲۰ \Rightarrow \Delta v = ۸\frac{m}{s}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۷۵ طبق رابطهٔ $K=\frac{1}{2}mv^2$ می‌توان نتیجه گرفت در نمودار $K-v^2$ شیب خط برابر $\frac{1}{2}m$ است. اگر به ازای $v^2=11(\frac{m}{s})^2$ انرژی جنبشی خودروی A و B را با K_A و K_B نشان دهیم، طبق نمودار داریم:

$$K_B-K_A=5/5kJ=5500J$$

$$\begin{cases} \text{شیب}_B=\frac{K_B}{11}=\frac{1}{2}m_B \\ \text{شیب}_A=\frac{K_A}{11}=\frac{1}{2}m_A \end{cases} \rightarrow (\text{شیب } B)-(\text{شیب } A)=\frac{K_B-K_A}{11}=\frac{5500}{11}=500 \rightarrow \frac{1}{2}m_B-\frac{1}{2}m_A=500 \rightarrow m_B-m_A=1000kg$$

پس به دلیل این‌که $m_B>m_A$ می‌باشد، طبق صورت سؤال: $m_B=5m_A$

$$\begin{cases} m_B-m_A=1000 \\ m_B=5m_A \end{cases} \rightarrow 4m_A=1000 \Rightarrow m_A=250kg \qquad m_B=5m_A=1250kg$$

راه حل دوم:

مطابق نمودار انرژی جنبشی بر حسب مجذور تندی دو خودرو، $v^2=11(\frac{m}{s})^2$، اختلاف انرژی جنبشی خودرو $5/5kJ$ است. پس داریم:

$$K_B-K_A=5/5kJ=5500J$$

$$\frac{1}{2}m_Bv^2-\frac{1}{2}m_Av^2=5500J \Rightarrow \frac{1}{2}v^2(m_B-m_A)=5500J \xrightarrow{v^2=11(\frac{m}{s})^2} (m_B-m_A)=\frac{5500}{\frac{1}{2}\times 11} \Rightarrow m_B-m_A=1000$$

$$\xrightarrow{m_B=5m_A} 5m_A-m_A=1000 \Rightarrow 4m_A=1000 \rightarrow m_A=250kg \qquad m_B=1250kg$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۶ چون تندی، ثابت است، بنابراین کار انجام شده توسط پمپ $W=mgh$ است.

پس:

$$P_{\text{مفید}}=\frac{mgh}{t} \xrightarrow{m=\rho.V} P_{\text{مفید}}=\frac{\rho.Vgh}{t}=\frac{800\times 20\times 10^{-3}\times 10\times 60}{60}$$

$$P_{\text{مفید}}=160W \Rightarrow Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}=\frac{160}{200}=0/8=80\%$$

با گذشت زمان بازدهٔ پمپ به ٪۶۰ رسیده است. پس:

$$P'_{\text{مفید}}=P_{\text{کل}}\times R'_a=\frac{\rho.Vgh}{t} \Rightarrow 200\times\frac{6}{10}=\frac{800\times 100\times 10^{-3}\times 10\times 30}{t} \qquad 120=\frac{24000}{t} \Rightarrow t=200s$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۷ نسبت انرژی مکانیکی نهایی به انرژی مکانیکی اولیه توپ برابر است با:

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{mgh_2}{mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2}=\frac{10\times 3}{10\times 5/4+\frac{1}{2}\times 12}=\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$$

پس درصد انرژی تلف شده برابر است با:

$$(1-\frac{1}{2})\times 100=50\%$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۷۸

$$P=\frac{W}{t}=\frac{F.d\cos\theta}{t}\xrightarrow{v=\frac{d}{t}}P=F.v.\cos\theta$$

$$P=۵۰۰\times ۳\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۷۵۰\sqrt{۲}W\xrightarrow[(۱hp=۷۵۰W)]{\text{تبدیل به اسب بخار}}P=\frac{۷۵۰\sqrt{۲}}{۷۵۰}=\sqrt{۲}hp$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۷۹ با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\left(\frac{v_۲}{v_۱}\right)^۲\Rightarrow\frac{۹K_۰}{K_۰}=\left(\frac{v+۵}{v-۵}\right)^۲\Rightarrow\frac{v+۵}{v-۵}=\pm۳\Rightarrow\begin{cases}v=۱۰\frac{m}{s} & \text{ق.ق}\\ v=۲/۵\frac{m}{s} & \text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

دقت کنید چون تندی همواره کمیتی مثبت است و در نمودار مقدار $(v-۵)\frac{m}{s}$ وجود دارد، بنابراین مقدار $v=۱۰\frac{m}{s}$ قابل قبول است.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۰ توان مفید، آهنگ انجام کار است. یعنی A قادر است مقدار مشخصی کار را در زمان کم‌تری انجام دهد. یا به عبارتی قادر است در مقایسهٔ B در یک زمان برابر کار بیش‌تری انجام دهد.

$$P_A>P_B\Rightarrow\frac{W_A}{t_A}>\frac{W_B}{t_B}$$

اگر $t_A=t_B$ باشد در این صورت: $W_A>W_B$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۱

$$\begin{cases}K_۱=۵۰=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲\\ K_۲=۲۰۰=\frac{۱}{۲}m(v_۰+۳)^۲\end{cases}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=۴=\left(\frac{v_۰+۳}{v_۰}\right)^۲\qquad\left(\frac{v_۰+۳}{v_۰}\right)=۲\Rightarrow v_۰=۳\frac{m}{s}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۲ برای گلولهٔ سنگین‌تر با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_۲=E_۱\Rightarrow\frac{۱}{۲}(۴m)v_۲^۲+۴mgh_۲=\frac{۱}{۲}(۴m)v_۱^۲+(۴m)gh_۱\qquad\xrightarrow[h_۲=۰]{h_۱=h}v_۲^۲=v_۱^۲+۲gh\quad(۱)$$

هم‌چنین برای گلولهٔ سبک‌تر نیز می‌توان نوشت:

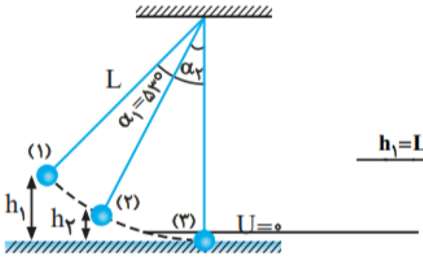
$$E'_۲=E'_۱\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv'^۲_۲+mgh'_۲=\frac{۱}{۲}m(۲v_۱)^۲+mgh'_۱\qquad\xrightarrow[h'_۲=۰]{h'_۱=۴h}v'^۲_۲=۴v_۱^۲+۸gh\quad(۲)$$

اگر رابطهٔ (۱) را به (۲) تقسیم کنیم:

$$\frac{v_۲^۲}{v'^۲_۲}=\frac{v_۱^۲+۲gh}{۴v_۱^۲+۸gh}=\frac{v_۱^۲+۲gh}{۴\left(v_۱^۲+۲gh\right)}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{v_۲}{v'_۲}=\frac{۱}{۲}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۳ پایین‌ترین نقطهٔ عبور گلوله را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم، به‌کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای دو مکان رها شدن (۱) و عبور از پایین‌ترین نقطه (۳) خواهیم داشت:



$$E_1=E_3 \Rightarrow U_1+K_1=U_3+K_3 \xrightarrow[U_3=0]{K_1=0} mgh_1=\frac{1}{2}mv_3^2$$

$$\xrightarrow{h_1=L(1-\cos\alpha_1)} gL(1-\cos\alpha_1)=\frac{1}{2}v_3^2 \xrightarrow[g=10\,m/s^2\ ,\ L=1m]{\alpha_1=53°} \frac{1}{2}v_3^2=10\times1\times(1-0/6)$$

$$\Rightarrow v_3=\sqrt{8}\,m/s$$

اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو مکان (۲) و (۳) در نظر می‌گیریم تا α_2 را محاسبه کنیم:

$$E_2=E_3 \Rightarrow U_2+K_2=U_3+K_3 \xrightarrow[h_2=L(1-\cos\alpha_2)]{U_3=0} mgL(1-\cos\alpha_2)+\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}mv_3^2$$

$$\xrightarrow[v_2=\frac{\sqrt{2}}{2}v_3=2\,m/s]{L=1m\ ,\ v_3=\sqrt{8}\,m/s} 10\times1\times(1-\cos\alpha_2)+2=4 \Rightarrow \cos\alpha_2=0/8 \Rightarrow \alpha_2=37°$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۴ بیشینهٔ تندی ذره در مکانی رخ می‌دهد که انرژی پتانسیل گرانشی کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.
در شکل نشان داده شده ذره در نقطهٔ B کمترین مقدار انرژی پتانسیل گرانشی رادارد بنابراین تندی ذره در نقطهٔ B بیشترین مقدار را دارد. به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی در دو نقطهٔ B و D داریم:

$$E_B=E_D \Rightarrow U_B+K_B=U_D+K_D \xrightarrow{U_B=0} \frac{1}{2}mv_B^2=U_D+\frac{1}{2}mv_D^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times0/5\times v_B^2=4+\frac{1}{2}\times0/5\times(4)^2 \Rightarrow \frac{v_B^2}{4}=8 \Rightarrow v_B=4\sqrt{2}\,m/s$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۸۵ با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم: $W_T=\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$

در کل حرکت $W_f=\frac{1}{2}m(16-20)=-2m$

رفت $W_f=-m$

$$W_f=E_2-E_1 \Rightarrow -m=m\times10\times h-\frac{1}{2}m\times20$$

$$9=10h \Rightarrow h=0/9m \Rightarrow d=2h=1/8m \xrightarrow{\text{مسافت}} L=2\times1/8=3/6m$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۶ چون جسم روی سطح افقی (محور x) جابه‌جا می‌شود، زاویهٔ بین مؤلفهٔ عمودی نیروی $\vec{F}$ و جابه‌جایی برابر ۹۰ درجه و زاویهٔ بین مؤلفهٔ افقی نیروی $\vec{F}$ و جابه‌جایی برابر صفر درجه است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ کار نیروی ثابت داریم:

$$W_y = (F_y \cos\theta_y)d \xrightarrow{\theta_y = ۹۰^\circ} W_y = F_y \underbrace{\cancel{\cos ۹۰}}_{\text{صفر}} \times d = ۰$$

$$W_x = (F_x \cos\theta_x)d \xrightarrow[d=۱۰m]{\theta_x=۰, F_x=۲۰N} W_x = ۲۰ \times \overset{۱}{\cancel{\cos ۰^\circ}} \times ۱۰ = ۲۰۰J$$

$$W_t = W_y + W_x = ۰ + ۲۰۰ = ۲۰۰J$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۸۷ با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی و با توجه به این‌که $v_۲ = v_۱ + ۵$ و $K_۲ = K_۱ + \frac{۱۲۵}{۱۰۰}K_۱ = \frac{۲۲۵}{۱۰۰}K_۱ = \frac{۹}{۴}K_۱$ است، به‌صورت زیر $v_۱$ را می‌یابیم:

$$K_۲ = \frac{۹}{۴}K_۱ \xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲} \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = \frac{۹}{۴} \times \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$v_۲^۲ = \frac{۹}{۴}v_۱^۲ \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} v_۲ = \frac{۳}{۲}v_۱ \xrightarrow{v_۲=v_۱+۵} v_۱ + ۵ = \frac{۳}{۲}v_۱ \Rightarrow ۵ = \frac{۳}{۲}v_۱ - v_۱ \Rightarrow ۵ = \frac{۱}{۲}v_۱ \Rightarrow v_۱ = ۱۰\frac{m}{s}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۸۸ ابتدا با استفاده از رابطهٔ $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$، نسبت $\frac{v_B}{v_A}$ را می‌یابیم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times (\frac{v_A}{v_B})^۲$$

$$\xrightarrow[K_A=\frac{۱}{۲}K_B]{m_B=\frac{۱}{۲}m_A} \frac{\frac{۱}{۲}K_B}{K_B} = \frac{m_A}{\frac{۱}{۲}m_A} \times (\frac{v_A}{v_B})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} = ۲ \times (\frac{v_A}{v_B})^۲ \Rightarrow (\frac{v_A}{v_B})^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow v_B = ۲v_A$$

با توجه به اینکه با افزودن $۱\frac{m}{s}$ به تندی متحرک A، انرژی جنبشی آن با انرژی‌جنبشی متحرک B یکسان می‌شود، می‌توان نوشت:

$$K'_A = K_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_A v'^۲_A = \frac{۱}{۲}m_B v_B^۲ \xrightarrow[v_B=۲v_A]{v'_A=v_A+۱} \frac{۱}{۲}m_A(v_A+۱)^۲ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}m_A \times ۴v_A^۲$$

$$\Rightarrow (v_A+۱)^۲ = ۲v_A^۲ \Rightarrow v_A^۲ + ۱ + ۲v_A = ۲v_A^۲ \Rightarrow v_A^۲ - ۲v_A - ۱ = ۰ \Rightarrow v_A = \frac{۲ \pm \sqrt{۴+۴}}{۲} \xrightarrow{\sqrt{۲} \simeq ۱/۴}$$

$$v_A = ۱ \pm ۱/۴ \Rightarrow \begin{cases} v_A = ۲/۴\frac{m}{s} \\ v_A = -۰/۴\frac{m}{s} \end{cases}$$

چون تندی کمیتی نامنفی است، $v_A = ۲/۴\frac{m}{s}$ قابل قبول است.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۹ چون سطح بدون اصطکاک است، انرژی مکانیکی سورتمه در تمام نقـاط ثابت می‌مانـد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$A\left|\begin{array}{l}K_A=0\\U_A=mgh_A\end{array}\right.\qquad B\left|\begin{array}{l}K_B=\frac{1}{2}mv_B^2\\U_B=mgh_B\end{array}\right.\qquad C\left|\begin{array}{l}K_C=\frac{1}{2}mv_C^2\\U_C=0\end{array}\right.$$

$$E_B=E_A\xrightarrow{E=K+U}K_B+U_B=K_A+U_A\Rightarrow\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B=0+mgh_A$$

$$\Rightarrow\frac{v_B^2}{2}+gh_B=gh_A\xrightarrow[h_A=6m]{h_B=4m}\frac{v_B^2}{2}+10\times4=10\times6\Rightarrow\frac{v_B^2}{2}=20\Rightarrow v_B^2=40\Rightarrow v_B=\sqrt{40}\,\frac{m}{s}$$

$$E_C=E_A\Rightarrow K_C+U_C=K_A+U_A$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv_C^2+0=0+mgh_A\Rightarrow v_C^2=2gh_A=2\times10\times6\Rightarrow v_C^2=120\Rightarrow v_C=\sqrt{120}\,\frac{m}{s}$$

در آخر داریم:

$$\frac{v_C}{v_B}=\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{40}}=\sqrt{\frac{120}{40}}\Rightarrow\frac{v_C}{v_B}=\sqrt{3}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۹۰ با نوشتن قضیهٔ کار و انرژی جنبشی ابتدا نیروی F_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow[W_{F_1}=F_1d\cos30^\circ,\,W_{F_2}=-F_2d]{W_t=W_{F_1}+W_{F_2}}F_1d\cos30^\circ-F_2d=K_2-K_1$$

$$\xrightarrow[F_2=12N,\,d=4m]{K_1=0,\,K_2=20J,\,\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{\sqrt{3}}{2}F_1\times4-12\times4=20\xrightarrow{\sqrt{3}=1/7}F_1=20N$$

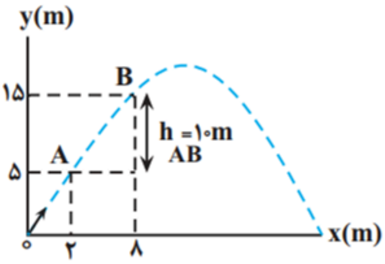
زاویهٔ نیروی $\vec{F}_1$ با راستای افقی به 60° می‌رسد.

با نوشتن مجدد قضیهٔ کار و انرژی جنبشی پس از لحظه‌ای که جهت نیروی $\vec{F}_1$ تغییـر می‌کند داریم:

$$F_1\cos\theta'd'-F_2d'=K_3-K_2\xrightarrow[F_2=12N,\,F_1=20N]{\theta'=60^\circ,\,\cos60^\circ=\frac{1}{2},\,d'=3m}20\times\frac{1}{2}\times3-12\times3=K_3-20\Rightarrow K_3=14J$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۹۱ با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:



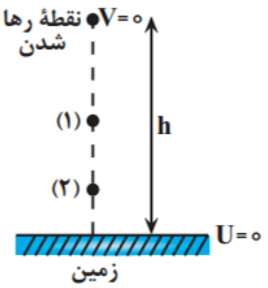
$$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{mg} + W_{\text{مقاومت هوا}} \xrightarrow{W_{mg}=-mgh_{AB}} \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 =$$

$$-mgh_{AB} + W_{\text{مقاومت هوا}} \xrightarrow[v_1=20\frac{m}{s},\,m=4kg]{h_{AB}=10m,\,v_2=4\frac{m}{s}} \frac{1}{2}\times4\times16 - \frac{1}{2}\times4\times400 = -4\times10\times10 + W_{\text{مقاومت هوا}}$$

$$32 - 800 = -400 + W_{\text{مقاومت هوا}} \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -368J$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۹۲ چون نیروی مقاومت هوا وجود ندارد، انرژی مکانیکی در تمام طول مسیر حرکت گلوله ثابت می‌ماند. بنابراین، اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:



نقطهٔ رها شدن $\begin{cases} K_0 = 0 \\ U_0 = mgh \end{cases} \xrightarrow{E=U+K} E_0 = U_0 = mgh$

نقطهٔ (۱) $\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ U_1 = K_1 \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_0 \Rightarrow K_1 + U_1 = mgh \xrightarrow{K_1=U_1} 2K_1 = mgh \Rightarrow K_1 = \frac{mgh}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{mgh}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{gh}$

نقطهٔ (۲) $\begin{cases} K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \\ U_2 = \frac{K_2}{3} \end{cases} \Rightarrow E_0 = E_2 \Rightarrow E_0 = K_2 + U_2 \xrightarrow[E_0=mgh]{U_2=\frac{K_2}{3}} mgh = K_2 + \frac{K_2}{3}$

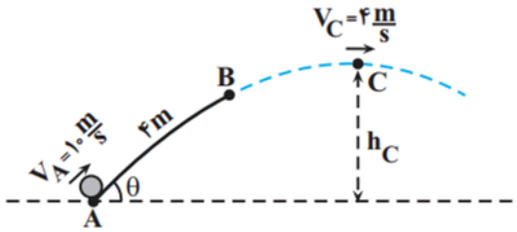
$$\Rightarrow mgh = \frac{4K_2}{3} \Rightarrow K_2 = \frac{3mgh}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{3mgh}{4} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{3gh}{2}}$$

در آخر داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{3gh}{2}}}{\sqrt{gh}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۹۳ سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و ابتدا انـرژی مکـانیکی گلولـه را در نقطهٔ B به‌دست می‌آوریم. به همین منظور، انرژی مکانیکی گلوله در نقطـهٔ A و کـار نیروی اصطکاک در سطح شیب‌دار را می‌یابیم:



$$E_A=K_A+U_A=\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=\frac{1}{2}\times 2\times (10)^2+2\times 10\times 0=100J$$

$$W_{f_k}=(f_k\cos\theta')d_{AB}\xrightarrow[d_{AB}=4m]{f_k=5N,\theta'=180^\circ}W_{f_k}=(5\times\cos 180^\circ)\times 4\xrightarrow{\cos 180^\circ=-1}W_{f_k}=20\times(-1)=-20J$$

اکنون از تغییر انرژی مکانیکی در مسیر AB ، انرژی مکانیکی در نقطهٔ B را پیدا می‌کنیم:

$$E_B-E_A=W_{f_k}\Rightarrow E_B-100=-20\Rightarrow E_B=80J$$

در آخر، چون در مسیر BC نیرویی که باعث اتلاف انرژی بشـود وجـود نـدارد، انـرژی مکانیکی در این مسیر پایسته می‌ماند. بنابراین داریم:

$$E_C=E_B\Rightarrow K_C+U_C=E_B\Rightarrow\frac{1}{2}mv_C^2+mgh_C=E_B$$

$$\xrightarrow[E_B=80J]{m=2kg,v_C=4\frac{m}{s}}\frac{1}{2}\times 2\times 16+2\times 10\times h_C=80\Rightarrow 16+20h_C=80\Rightarrow 20h_C=64\Rightarrow h_C=3/2m$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۹۴ اگر انرژی ورودی را با E_I، انرژی تلف شده را با E_L و انرژی خروجی را با E_O نشان دهیم، داریم:

$$Ra=\frac{E_O}{E_I}\xrightarrow{E_I=E_O+E_L}R_a=\frac{E_O}{E_O+E_L}$$

از طرف دیگر، در سامانهٔ (۱) و در سامانهٔ (۳)، انرژی تلف‌شده، ۱/۵ برابر انرژی خروجی است. بنابراین، طبق رابطهٔ بالا داریم:

$$Ra=\frac{E_O}{E_O+E_L}\xrightarrow{E_L=E_O+\frac{۵۰}{۱۰۰}E_O=\frac{۳}{۲}E_O}Ra=\frac{E_O}{E_O+\frac{۳}{۲}E_O}=\frac{۲}{۵}=۰/۴\Rightarrow Ra_۱=Ra_۳=۰/۴$$

اکنون، بازده کل مجموعه را به‌دست می‌آوریم:

$$Ra_۱=\frac{E_{O_۱}}{E_{I_۱}}\xrightarrow{Ra_۱=۰/۴}۰/۴=\frac{E_{O_۱}}{E_{I_۱}}\Rightarrow E_{O_۱}=۰/۴E_{I_۱}$$

با توجه به شکل سوال، انرژی ورودی سامانهٔ (۲) برابر انرژی خروجی سامانهٔ (۱) است.
بنابراین $E_{I_۲}=E_{O_۱}=۰/۴E$ می‌باشد. در این حالت داریم:

$$Ra_۲=\frac{E_{O_۲}}{E_{I_۲}}\xrightarrow{Ra_۲=\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۱}{۴}}\frac{۱}{۴}=\frac{E_{O_۲}}{E_{I_۲}}\xrightarrow{E_{I_۲}=۰/۴E_{I_۱}}\frac{۱}{۴}=\frac{E_{O_۲}}{۰/۴E_{I_۱}}\Rightarrow E_{O_۲}=۰/۱E_{I_۱}$$

هم‌چنین، انرژی ورودی سامانهٔ (۳) برابر انرژی خروجی سامانهٔ (۲) است. در این حالت داریم:

$$E_{I_۳}=E_{O_۲}=۰/۱E_{I_۱}$$

$$Ra_۳=\frac{E_{O_۳}}{E_{I_۳}}\xrightarrow[E_{I_۳}=۰/۱E_{I_۱}]{Ra_۳=۰/۴}۰/۴=\frac{E_{O_۳}}{۰/۱E_{I_۱}}\Rightarrow E_{O_۳}=۰/۰۴E_{I_۱}$$

در آخر، بازده کل مجموعه را می‌یابیم:

$$Ra_t=\frac{E_{O_۳}}{E_{I_۱}}\xrightarrow{E_{O_۳}=۰/۰۴E_{I_۱}}Ra_t=\frac{۰/۰۴E_{I_۱}}{E_{I_۱}}=۰/۰۴\Rightarrow Ra_t=\%۴$$

البته می‌توان گفت، بازدهٔ کل مجموعه برابر حاصل‌ضرب بازدهٔ هر یک از سامانه‌ها می‌باشد. چون بازدهٔ سامانه‌های (۱) و (۳) را ۴۰ درصد به‌دست آوردیم و بازدهٔ سامانهٔ (۲) ۲۵ درصد است، بازدهٔ کل مجموعه برابر است با:

$$Ra_t=Ra_۱\times Ra_۲\times Ra_۳\xrightarrow[Ra_۲=۰/۲۵]{Ra_۱=Ra_۳=۰/۴}Ra_t=۰/۴\times۰/۲۵\times۰/۴=۰/۰۴\Rightarrow Ra_t=\%۴$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۹۵ ابتدا توان کل تولیدی نیروگاه را می‌یابیم:

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{کل}}}\xrightarrow[P_{\text{خروجی}}=۱۷۰MW=۱۷۰\times ۱۰^{۶}W]{Ra=\frac{۸۵}{۱۰۰}}\frac{۸۵}{۱۰۰}=\frac{۱۷۰\times ۱۰^{۶}}{P_{\text{کل}}}\Rightarrow P_{\text{کل}}=۲\times ۱۰^{۸}W$$

اکنون، با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{W}{t}$ ، جرم آب خروجی از سد را می‌یابیم:

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{W=mgh}P=\frac{mgh}{t}\xrightarrow[h=۸۰m]{P=۲\times ۱۰^{۸}W}۲\times ۱۰^{۸}=\frac{m\times ۱۰\times ۸۰}{t}\Rightarrow \frac{m}{t}=۲/۵\times ۱۰^{۵}\frac{kg}{s}$$

در آخر مقدار آب خروجی را برحسب $\frac{L}{min}$ پیدا می‌کنیم:

$$\frac{m}{t}=۲/۵\times ۱۰^{۵}\frac{kg}{s}\xrightarrow{m=\rho v}\frac{\rho v}{t}=۲/۵\times ۱۰^{۵}\frac{kg}{s}\xrightarrow{\rho=۱۰^{۳}\frac{kg}{m^{۳}}}\frac{۱۰^{۳}\frac{kg}{m^{۳}}\times v}{t}=۲/۵\times ۱۰^{۵}\frac{kg}{s}$$

$$\Rightarrow \frac{v}{t}=۲/۵\times ۱۰^{۲}\frac{m^{۳}}{s}\xrightarrow[۱s=\frac{۱}{۶۰}min]{۱m^{۳}=۱۰^{۳}L}\frac{v}{t}=۲/۵\times ۱۰^{۲}\times \frac{۱۰^{۳}L}{\frac{۱}{۶۰}min}\Rightarrow \frac{v}{t}=۱/۵\times ۱۰^{۷}\frac{L}{min}$$

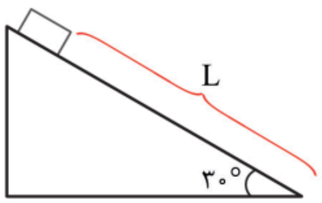
(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۹۶ با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K=W_t\begin{cases}\frac{۱}{۲}m\times K^{۲}-\frac{۱}{۲}m\times ۴^{۲}=F_{net}\times \frac{H}{۴}\\ \frac{۱}{۲}m\times V^{۲}-\frac{۱}{۴}m\times ۴^{۲}=F_{net}\times \frac{۳H}{۴}\end{cases}\xrightarrow{\text{اگر دو رابطه را بر هم تقسیم کنیم}}\frac{۱۴۴-۱۶}{V^{۲}-۱۶}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow V^{۲}-۱۶=۳۸۴\Rightarrow V=۲۰\frac{m}{s}$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۹۷ مطابق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی چون کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت با هم برابر است بنابراین داریم: (چون جسم به محل پرتاب بازگشته است بنابراین کار نیروی وزن برابر صفر است.)



$$\Delta K=W_t\xrightarrow[W_{\text{اصطکاک}}=۲W_{\text{اصطکاک رفت}}+W_{mg}=۰]{W_t=W_{mg}+W_{\text{اصطکاک}}}\Delta K=۲W_{\text{اصطکاک رفت}}$$

$$\frac{۱}{۲}mV_{۲}^{۲}-\frac{۱}{۲}mV_{۱}^{۲}=-۲\times f_K\times \ell\xrightarrow[V_{۱}=۳\frac{m}{s}]{V_{۲}=\sqrt{۳}\frac{m}{s}}\frac{۱}{۲}m(-۶)=-۲f_K\times \ell$$

اکنون حداکثر ارتفاع جسم از محل پرتاب را به دست می‌آوریم، با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برای مسیر رفت داریم:

$$K'_{۲}-K_{۱}=W_{f_K}+W'_{mg}\xrightarrow[K'_{۲}=۰,\ W_{f_K}=-f_K\ell=-۱/۵m,\ h=\ell\sin ۳۰^{\circ}=\frac{\ell}{۲}]{W'_{mg}=-mgh,\ V_{۱}=۳\frac{m}{s},g=۱۰\frac{N}{Kg}}\frac{-۱}{۲}m\times ۳^{۲}=-۱/۵m-\frac{mg\ell}{۲}\Rightarrow -۴/۵+۱/۵=-۵\ell$$

$$\ell=۰/۶m\xrightarrow{f_K\times \ell=۱/۵m}f_K=۰/۶=۱/۵m\Rightarrow f_K=\frac{۱۵m}{۶}=\frac{۵m}{۲}\Rightarrow \frac{f_K}{mg}=\frac{\frac{۵m}{۲}}{m\times ۱۰}=\frac{۱}{۴}$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۹۸

$$E_1 = E_2$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow[K_1=\frac{1}{2}mv^2\ ,\ K_2=3K_1]{U_1=mgh\ ,\ U_2=mg\frac{h}{2}} mgh + \frac{1}{2}mV^2 = mg\frac{h}{2} + 3\times\frac{1}{2}mV^2$$

$$mg\frac{h}{2} = mV^2 \Rightarrow V = \sqrt{g\frac{h}{2}} \xrightarrow[h=30m]{g=10\frac{m}{s^2}} V = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}\frac{m}{s}$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۹۹

توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم، مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{پمپ} + W_{mg} = \Delta K \xrightarrow[V_2=10\frac{m}{s}\ ,\ V_1=0\ ,m=40Kg\ ,\ h=20m]{\Delta K=\frac{1}{2}mV_2^2-\frac{1}{2}mV_1^2\ ,\ W_{mg}=-mgh} \frac{1}{2}\times 40(10^2-0) = W_{پمپ} - 40\times 10\times 20 \Rightarrow W_{پمپ} = 10000J$$

$$\Rightarrow P_{مفید} = \frac{W_{پمپ}}{t} \xrightarrow[t=5s]{W_{پمپ}=10000J} P_{مفید} = \frac{10000}{5} = 2000W$$

$$\eta = \frac{P_{مفید}}{P_{مصرفی}}\times 100 \xrightarrow[P_{مفید}=2000W]{P_{مصرفی}=2/5KW=2500W}$$

$$\eta = \frac{2000}{2500}\times 100 = 80$$ درصد

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۰۰

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2)$$

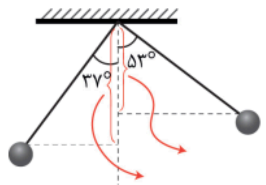
$$\xrightarrow[V_1=126\frac{Km}{h}=35\frac{m}{s}]{V_2=90\frac{Km}{h}=25\frac{m}{s}\ ,\ m=200g} W_t = 0/1(25^2 - 35^2) \Rightarrow W_t = -60J$$

چون ارتفاع اولیه و نهایی توپ یکسان است، کار نیروی وزن صفر است.

$$W_t = W_{mg} + W_f \xrightarrow{W_{mg}=0} W_t = W_f = -df_D \xrightarrow{d=24m} f_D = 2/5N$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۰۱



$$h_1 = \cos 53^\circ \times 1/2 = 0/6\times 1/2 = 0/72$$

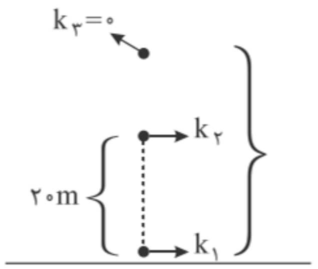
$$h_2 = \cos 37^\circ \times 1/2 = 0/8\times 1/2 = 0/96 \Rightarrow \Delta h = -0/24m$$

چون ارتفاع کاهش یافته پس کار نیروی وزن مثبت است.

$$W_{mg} = -mg\Delta h = \xrightarrow[g=10\frac{K}{kg},\Delta h=-0/24]{m=150g=0/15kg} 0/15\times 10\times 0/24 = 0/36J$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۰۲ با نوشتن قضیهٔ کار و انرژی جنبشی بین لحظهٔ پرتاب و لحظهٔ رسیدن به ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین، و همچنین لحظهٔ پرتاب و لحظهٔ رسیدن به اوج داریم:



$$\begin{cases} k_3 - k_1 = -fh_{max} - mgh_{max} \\ k_2 - k_1 = -f \times 20 \times mg \times 20 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[k_1=0/6k_1]{k_3=0\,,\,k_2-k_1=-0/4k_1} \frac{0-k_1}{0/6k_1 - k_1} = \frac{h_{max}(f+mg)}{20(f+mg)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{0/4} = \frac{h_{max}}{20} \Rightarrow h_{max} = 50m$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۰۳ ابتدا توان مفید پمپ را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mgh + \frac{1}{2}mV^2}{t} = \frac{120 \times 10 \times 40 + \frac{1}{2} \times 120 \times 100}{300s} = 180w$$

$$Ra_{\text{بازده}} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} = \frac{180}{200} = 0/9$$

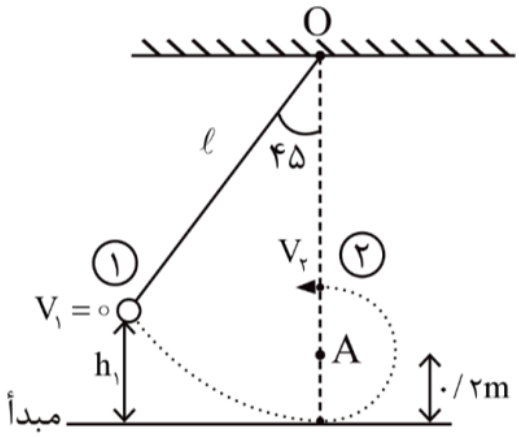
(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۰۴ پایین‌ترین نقطه مسیر حرکت را مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم و انرژی مکانیکی را در نقطهٔ اول و آخر به‌دست می‌آوریم:

$$h_1 = \ell - \ell\cos 45 = \ell(1-\cos 45) = 2 \times 0/3 = 0/6m$$

$$E_1 = mgh_1 = 2 \times 10 \times 0/6 = 12J$$

$$E_2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mV_2^2 = 2 \times 10 \times 0/4 + \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 9J$$



بنابراین افزایش انرژی درونی آونگ و محیط، برابر است با:

$$|E'| = |E_2 - E_1| = 3J$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۰۵ **کار برایند نیروها برابر مجموع کار نیروهای وارد بر توپ است. دو نیروی وزن و نیروی پای فوتبالیست به توپ وارد می‌شوند. چون جابه‌جایی توپ افقی است، کار نیروی وزن برابر صفر است، بنابراین داریم:**

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{فوتبالیست}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow W_{\text{فوتبالیست}} = \frac{1}{2}\times 0/4 \times 20^2 - \frac{1}{2}\times 0/4 \times 20^2 = 0$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۶ اگر محل پرتاب گلوله را نقطهٔ (۱) و محل گلوله در ارتفاع ۱۰ متری از سطح زمین را نقطهٔ (۲) در نظر بگیریم، داریم:

$$U_2 + K_2 = U_1 + K_1 \Rightarrow U_2 - U_1 = K_1 - K_2 \Rightarrow \Delta U = -\Delta K \Rightarrow mg\Delta h = \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2)$$

$$\Rightarrow 2g\Delta h = v_1^2 - v_2^2 \Rightarrow 2\times 10\times(-30) = 100 - v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 700 \Rightarrow v_2 = 10\sqrt{7}\,\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۷

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{200\times 10\times 40}{20} = 4\,kW$$

توان الکتریکی متوسط بالابر، همان توان متوسط ورودی بالابر است.

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100 \Rightarrow 80 = \frac{4}{P_{\text{ورودی}}}\times 100 \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 5\,kW$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۸

$$18\,\frac{km}{h} = 18\,\frac{km}{h}\times\frac{10^3\,m}{1\,km}\times\frac{1\,h}{3600\,s} = 5\,\frac{m}{s}$$

$$\frac{\text{انرژی جنبشی توپ پینگ‌پنگ}}{\text{انرژی جنبشی توپ فوتبال}} = \frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m_2v_2^2}{\frac{1}{2}m_1v_1^2} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2/7}{450}\times\frac{v_2^2}{25} \Rightarrow v_2^2 = 2500 \Rightarrow v_2 = 50\,\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۹ ابتدا تغییر انرژی جنبشی را می‌نویسیم تا v به دست بیاید:

$$\Delta k = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 2 = \frac{1}{2}\times\frac{2}{10}\times((v+2)^2 - v^2) \Rightarrow 20 = 4v + 4 \Rightarrow v = 4\,\frac{m}{s}$$

حالا انرژی جنبشی اولیه جسم را به دست می‌آوریم:

$$k_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\times\frac{2}{10}\times(4)^2 = 1/6\,J$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۱۰ تنها نیروی وزن روی گلوله‌ها کار را انجام می‌دهد. بنابراین انرژی جنبشی گلوله هنگام برخورد به زمین برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = k_2 - k_1 \Rightarrow mgh = k_2 - k_1 \Rightarrow k_2 = mgh + k_1$$

چون انرژی جنبشی اولیه تمام گلوله‌ها با هم برابر است، پس کار نیروی وزن روی هر گلوله بیشتر باشد، انرژی جنبشی برخورد آن با زمین بیشتر است. چون تغیر ارتفاع یکسان است کار وزن روی گلولهٔ (۱) که جرم بیشتری دارد، بیشتر از گلولهٔ دیگر است. پس انرژی جنبشی گلولهٔ (۱) هنگام برخورد به زمین بیشتر از گلولهٔ دیگر است. (گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست‌اند.)

به سراغ تندی گلوله هنگام برخورد به زمین می‌رویم. طبق پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_2 = E_1 \Rightarrow U_2 + k_2 = U_1 + k_1 = \frac{1}{2}mv^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow \frac{1}{2}v^2 = gh + \frac{1}{2}v_0^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 2gh + v_0^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh + v_0^2}$$

باتوجه به رابطهٔ بالا تندی برخورد به زمین به جرم بستگی ندارد. هرکدام از گلوله‌ها که تندی اولیه بیشتری داشته باشد با تندی بیشتری به زمین برخورد می‌کند.

چون انرژی جنبشی اولیه هردو گلوله با هم برابر است، گلولهٔ (۲) که جرم کمتری دارد، تندی اولیه بیشتر دارد و با تندی بیشتری به زمین برخورد می‌کند.

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۱ انرژی مکانیکی گلوله در لحظه پرتاب از سطح زمین را حساب می‌کنیم.

$$E_1 = U_1 + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 20^2 = 100J$$

چون اتلاف انرژی نداریم، در نقطه‌ای از مسیر که $k = U + 20J$ است، مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل برابر $100J$ است پس:

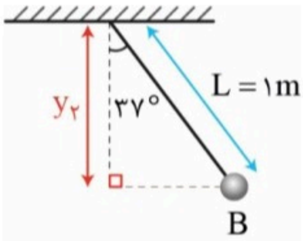
$$E_2 = U_2 + K_2 = E_1 \Rightarrow U_2 + (U_2 + 20) = 100 \Rightarrow U_2 = 40J$$

حالا ارتفاع گلوله را با استفاده از رابطهٔ $U = mgh$ به دست می‌آوریم:

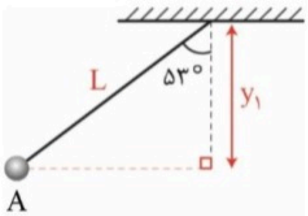
$$U = mgh \Rightarrow 40 = \frac{1}{2}\times 10 \times h \Rightarrow h = 8m$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۲ کار نیروی وزن از رابطهٔ $W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h$ به دست می‌آید. بنابراین تغییر ارتفاع گلوله از A تا B را باید به دست بیاوریم:



$y_1 = L\,Cos53 = 0/6L$



$y_2 = L\,Cos37 = 0/8L$

$$\Delta h = -(0/8L - 0/6L) = -0/2L = -0/2m$$

حالا کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم:

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -0/1\times 10\times(-0/2) = 0/2J$$

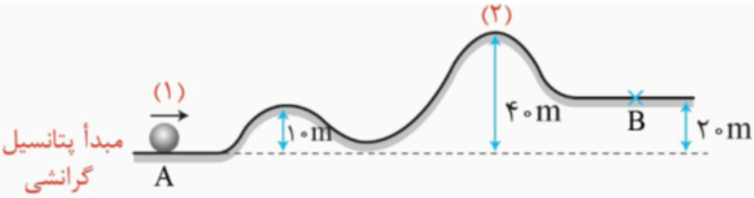
(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۳ برای اینکه گلوله به نقطهٔ B برسد باید از قلهٔ بزرگتر عبور کند. حداقل تندی پرتاب گلوله از A هنگامی است که گلوله به قلهٔ دوم برسد و تندی آن در این نقطه برابر صفر باشد. (البته باید یک مقدار کم بیشتر از صفر باشد اما چون این مقدار کم قابل حساب کردن نیست همان تندی صفر را به عنوان رد شدن از قله در نظر می‌گیریم.)

پس:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = 10\times 40 \Rightarrow v_1 = 20\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$



(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۴ ابتدا به نکتهٔ زیر توجه کنید:

> **نکته** اگر جسمی از یک وسیلهٔ در حال حرکت رها شود، تندی اولیه آن برابر با تندی آن وسیله هنگام رها شدن است.

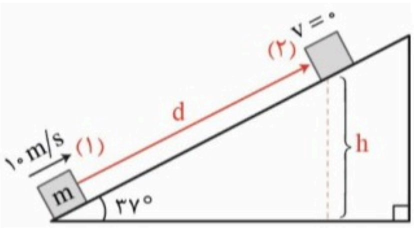
باتوجه به نکتهٔ بالا، تندی بسته برابر $10\frac{m}{s}$ است. قضیهٔ کار و انرژی و جنبشی را برای بسته می‌نویسیم.

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = k_2 - k_1 \Rightarrow 20\times 100 + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2}\times 2(20^2 - 10^2)$$

$$\Rightarrow 2000 + W_{\text{مقاومت هوا}} = 300 \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -1700\,J$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۵ جسم تا ارتفاع h بالا می‌رود و سپس برمی‌گردد. بیشترین ارتفاعی که جسم بالا می‌رود (h) را به دست می‌آوریم:



$$h = d\sin 37^\circ \Rightarrow d = \frac{h}{\sin 37} = \frac{5}{3}h$$

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mV_1^2 = -2d$$

$$0/5\times 10\times h - \frac{1}{2}(0/5)\times 10^2 = -2(\frac{5}{3}h) \Rightarrow \frac{25}{3}h = 25 \Rightarrow h = 3\,m$$

بنابراین هنگام بالا رفتن کار نیروهای مقاوم برابر $W_f = -2d = -\frac{10}{3}h = -10\,J$ است. در هنگام پایین آمدن نیز همین مقدار انرژی تلف می‌شود. بنابراین تندی هنگام برگشت به پایین سطح شیبدار برابر است با:

$$E_{\text{برگشت}} - E_2 = W_f \rightarrow \frac{1}{2}mv_{\text{برگشت}}^2 - mgh = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}\times 0/5\times v^2 - 0/5\times 10\times 3 = -10$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}v^2 = 5 \Rightarrow v^2 = 20 \Rightarrow v = 2\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۱۶ تنها نیرویی که روی قایق‌ها، کار انجام می‌دهد، نیروی $\vec{F}$ است. طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، انرژی جنبشی قایق‌ها هنگام رد شدن از خط پایان را حساب می‌کنیم.

$$W_F = k - k_0 \Rightarrow (F\cos 0)d = k \Rightarrow Fd = k$$

چون جابه‌جایی و اندازهٔ نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان است، پس انرژی جنبشی هر دو هنگام عبور از خط پایان یکسان است. حالا نسبت تندی دو قایق را حساب می‌کنیم:

$$k_1 = k_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \xrightarrow{m_2=2m_1} v_1^2 = 2v_2^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2}v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۷ کار شخص هم اندازه با کار نیروی وزن است. پس:

$$W_{\text{شخص}} = |W_{\text{وزن}}| \Rightarrow W_{\text{شخص}} = mgh = 60\times10\times(50\times\frac{1}{4}) = 7500\,J$$

حالا توان متوسط شخص را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{7500}{2\times60} = 62/5\,W$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۸ برای محاسبهٔ کار مفید پمپ از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم.

$$W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = \Delta k \rightarrow W_{\text{پمپ}} - mgh = \frac{1}{2}m(V^2 - V_0^2)$$

ابتدا جرم ۲ مترمکعب آب را محاسبه می‌کنیم:

$$m = \rho V = 10^3\,\frac{kg}{m^3}\times 2m^3 = 2\times10^3\,kg$$

$$W_{\text{پمپ}} = \frac{1}{2}\times2\times10^3(10^2 - 0) + 2\times10^3\times10\times(30+10) = 10^5 + 8\times10^5 = 9\times10^5\,j \rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} = \frac{9\times10^5}{t}$$

باتوجه به اینکه اتلاف انرژی دو پمپ ۱۰ درصد است پس بازده آن ۹۰ درصد می‌باشد.

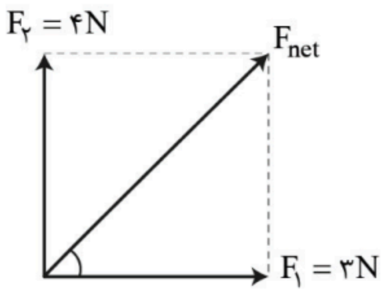
$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}\times100 \rightarrow 90 = \frac{P_{\text{مفید}}}{2kw}\times100 \rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{90\times2}{100}kw$$

بنابراین:

$$\frac{9\times10^5}{t} = \frac{90\times2}{100}\times10^3 \rightarrow t = 500\,s$$

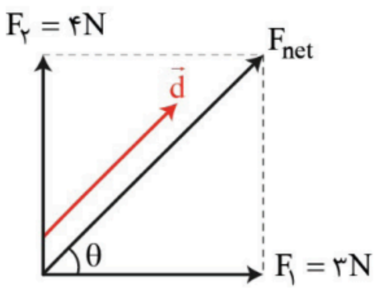
(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۱۹ **گام اوّل:** ابتدا بزرگی نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.



$$F_{net} = \sqrt{F_۱^۲ + F_۲^۲} = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵N$$

گام دوم: چون جسم از حال سکون تحت تأثیر این دو نیرو به حرکت درآمده است، جابه‌جایی جسم در جهت نیروی خالص (F_{net}) خواهد بود. پس زاویهٔ نیروی $F_۱$ با جابه‌جایی زاویهٔ θ نشان داده شده در شکل خواهد بود. مقدار cosاین زاویه برابر است با:



$$\cos\theta = \frac{F_۱}{F_{net}} = \frac{۳}{۵}$$

گام سوم: با توجّه به کار نیروی $F_۱$ که برابر $۱۸J$ شده است، کار نیروی خالص (F_{net}) که همان کار کل است را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{W_{F_۱}}{W_{F_{net}}} = \frac{F_۱ \cancel{d} \cos\theta}{F_{net} \cancel{d} \cos۰} \Rightarrow \frac{۱۸}{W_{F_{net}}} = \frac{۳}{۵} \times \frac{\frac{۳}{۵}}{۱} \Rightarrow W_{F_{net}} = ۵۰J$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۲۰ **گام اوّل:** در مســیر ab نیروهای $\vec{F}$ و اصطکاک (f) کار انجام می‌دهند. چون تندی ثابت اســت پس مجموع کار این دو نیرو طبق قضیه کار ـ انرژی جنبشی برابر صفر است، پس:

$$W_F + W_f = \Delta k \xrightarrow{\Delta k=۰} Fd_۱ \cos ۶۰° + (-fd_۱) = ۰ \Rightarrow f = F\cos ۶۰° = \frac{F}{۲}$$

گام دوم: در مســیر bc نیروهای $\vec{F}$ و وزن کار انجام می‌دهند. چون تندی در این مســیر هم ثابت است، مجموع کار این دو نیرو نیز برابر صفر است، پس:

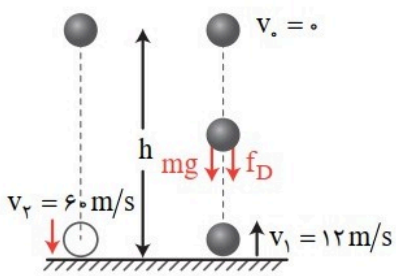
$$W_F + W_{mg} = \Delta k \xrightarrow{\Delta k=۰} Fd_۲ \cos(۶۰° - ۳۰°) - mgh = ۰ \xrightarrow{h=d_۲ \sin ۳۰ = \frac{d}{۲}} Fd_۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} - mg\frac{d_۲}{۲} = ۰ \Rightarrow mg = F\sqrt{۳}$$

در نهایت نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{f}{mg} = \frac{\frac{F}{۲}}{F\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۶}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

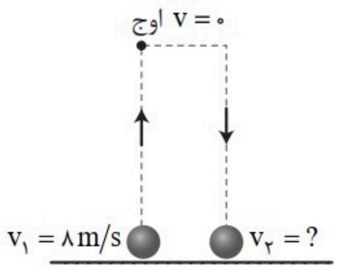
۲۲۱ **گام اوّل:** ابتدا اندازهٔ نیروی مقاومت هوا را به‌دست می‌آوریم. در حالت اوّل، برای مسیر بالا رفتن و پایین آمدن گلوله قضیه کار ـ انرژی جنبشی را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} W_{mg} + W_f = k - k_۱ & \text{بالا رفتن} \\ W_{mg} + W_f = k_۲ - k & \text{پایین آمدن} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -mg - fh = ۰ - \frac{۱}{۲} m \times ۱۲^۲ \\ mgh - fh = \frac{۱}{۲} m \times ۶^۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲۰h - fh = -۱۴۴ \\ ۲۰h - fh = ۳۶ \end{cases} \Rightarrow h = ۴/۵\,m\ ,\ f = ۱۲N$$

گام دوم: یک بار دیگر برای بالا رفتن و پایین آمدن گلوله که با تندی $۸\frac{m}{s}$ از سطح زمین پرتاب شده است را می‌نویسیم تا تندی آن هنگام برخورد به زمین به‌دست بیاید:

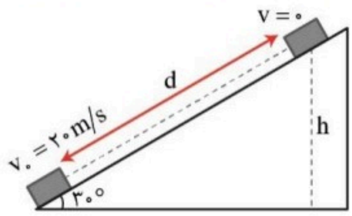


$$\begin{cases} -mgh' - fh' = ۰ - \frac{۱}{۲} m(۸)^۲ & \text{بالا رفتن} \\ mgh' - fh' = \frac{۱}{۲} m v_۲^۲ - ۰ & \text{پایین آمدن} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۲۰h' - ۱۲h' = -۶۴ \\ ۲۰h' - ۱۲h' = v_۲^۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h' = \frac{۶۴}{۳۲} = ۲m \\ v_۲^۲ = ۸h' = ۱۶ \Rightarrow v_۲ = ۴\frac{m}{s} \end{cases}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۲۲ **گام اوّل:** ابتدا تعیین می‌کنیم که جسم حداکثر چند متر را روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود. در بالاترین نقطه‌ای که جسم به آن‌جا می‌رسد، تندی جسم برابر صفر است، پس:

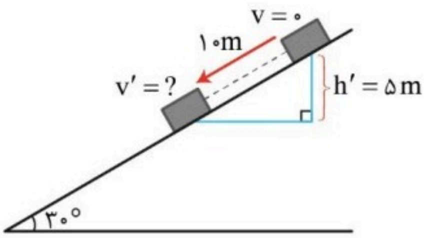


$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow mg\Delta h = -(\cancel{k_۲} - k_۱)$$

$$\Rightarrow \cancel{m} g\Delta h = +\frac{۱}{۲}\cancel{m} v_۰^۲ \Rightarrow ۱۰h = \frac{۱}{۲} \times ۲۰^۲ \Rightarrow h = ۲۰m$$

بنابراین جسم روی سطح شیب‌دار به اندازهٔ $d = \frac{h}{\sin ۳۰} = ۴۰m$ بالا می‌رود و پس از آن پایین می‌آید. هنگامی که جسم $۱۰m$ روی سطح شیب‌دار پایین بیاید مسافت طی شده توسط آن به $۵۰m$ می‌رسد.

گام دوم: هنگامی که جسم $۱۰m$ از بالاترین نقطه پایین می‌آید، ارتفاع جسم به اندازه $۱۰\sin ۳۰ = ۵m$ کاهش می‌یابد. طبق پایستگی انرژی مکانیکی بین بالاترین نقطه و $۵m$ پایین‌تر از آن تندی جسم در این نقطه را به‌دست می‌آوریم:

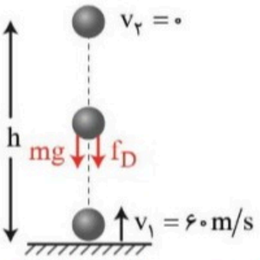


$$\Delta U = -\Delta k \Rightarrow -mgh' = -(k_۲ - \cancel{k_۱})$$

$$\Rightarrow \cancel{m} gh' = \frac{۱}{۲}\cancel{m} v'^۲ \Rightarrow ۵۰ = \frac{۱}{۲} v'^۲ \Rightarrow v' = ۱۰\frac{m}{s}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

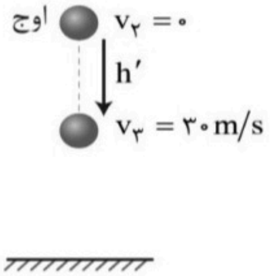
۲۲۳ **گام اوّل:** ابتدا ارتفاع اوج گلوله را حساب می‌کنیم. طبق رابطهٔ $\Delta U + \Delta K = W_f$، داریم:



$$mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = -f_D \times h \xrightarrow{f_D=\frac{1}{2}mg}$$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}(60)^2 = -\frac{1}{5}\cancel{m}g \times h \Rightarrow 10h - 1800 = -2h \Rightarrow 12h = 1800 \Rightarrow h = 150\,m$$

گام دوم: از نقطهٔ اوج تا نقطه‌ای که سرعت گلوله به $30\frac{m}{s}$ رو به پایین می‌رسد، رابطهٔ $\Delta U + \Delta K = W_f$ را می‌نویسیم تا ارتفاعی که گلوله در این بازه پائین می‌آید را به دست بیاوریم:



$$-mgh' + \frac{1}{2}mv_3^2 = -f_D \times h' \xrightarrow{f_D=\frac{1}{5}mg}$$

$$-\cancel{m}gh' + \frac{1}{2}\cancel{m}v_3^2 = -\frac{1}{5}\cancel{m}gh' \Rightarrow -10h' + \frac{1}{2}(30)^2 = -2h' \Rightarrow 8h' = 450 \Rightarrow h' = \frac{225}{4}m$$

گام سوم: تغییر انرژی درونی گلوله و هوا برابر قدرمطلق کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا در مسیر طی شده است. پس:

$$|W_f| = |-f_D \times h| + |-f_D \times h'| = f_D(h+h') = \frac{1}{5}mg(h+h') \Rightarrow |W_f| = \frac{1}{5} \times 20 \times \left(150 + \frac{225}{4}\right) = 4 \times \frac{825}{4} = 825\,J$$

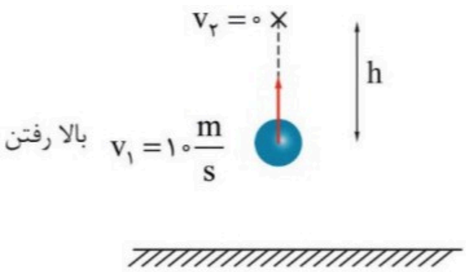
(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۲۴ در مسیر حرکت، دو نیروی وزن و اصطکاک روی جسم کار را انجام می‌دهند. قضیه کار – انرژی جنبشی را برای جسم در این مسیر می‌نویسیم:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{اصطکاک}} = K_C - K_A \Rightarrow +mgh - f_k d_{BC} = 0 - 0 \Rightarrow (0/5 \times 10 \times 9) - f_k \times 12 = 0 \Rightarrow f_k = \frac{45}{12} = 3/75\,N$$

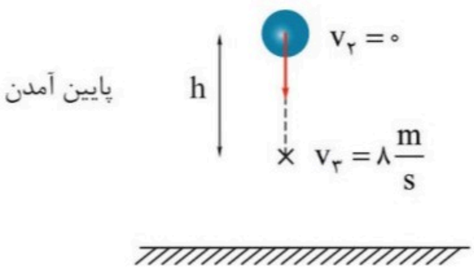
(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۲۵ برای رفت و برگشت گلوله هنگام عبور از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین، قضیه کار – انرژی جنبشی را می‌نویسیم:



$$-mgh - f_D h = K_2 - K_1 \Rightarrow -2h - f_D h = 0 - \frac{1}{2} \times 0/2 \times 10^2$$

$$\Rightarrow -2h - f_D h = -10 \quad (1)$$



$$mgh - f_D h = K_3 - K_2 \Rightarrow 2h - f_D h = \frac{1}{2} \times 0/2 \times 8^2 - 0$$

$$\Rightarrow 2h - f_D h = 6/4 \quad (2)$$

با حل معادله‌های (۱) و (۲) به صورت یک دستگاه مقدار h به دست می‌آید.

$$\begin{cases} -2h - f_D h = -10 \\ 2h - f_D h = 6/4 \end{cases} \Rightarrow 4h = 16/4 \Rightarrow h = 4/1\,m$$

بنابراین ارتفاع اوج گلوله از سطح زمین $10 + h = 14/1\,m$ است.

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۲۶ **گام اوّل:** ابتدا با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم. توجّه کنید که تندی وزنه هنگام رها شدن از بالابر همان تندی بالابر است. پس:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow \cancel{m}gh + \frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_2^2 \Rightarrow$$

$$10h + \frac{1}{2}\times 2^2 = \frac{1}{2}\times 10^2 \Rightarrow 10h + 2 = 50 \Rightarrow h = 4/8\,m$$

گام دوم: توان مفید بالابر هنگام بالا بردن وزنه را به‌دست می‌آوریم:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{\overset{50}{\cancel{480}}\times 10\times 4/8}{\underset{1}{\cancel{9/6}}} = 2400W$$

تذکر اگر در کل حرکت (از لحظهٔ بلند شدن وزنه تا رسیدن آن به زمین) قضیه کار و انرژی جنبشی را بنویسیم، کار به دست آمده مجموع کار بالا بردن وزنه و کاری است که بالابر برای رساندن تندی وزنه از صفر به $2m/s$ انجام داده است. بنابراین نمی‌توان از آن به توان بالابر هنگام بالا بردن وزنه رسید.

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۲۷ ابتدا توان مفید بالابر را حساب می‌کنیم. چون وزنه با تندی ثابت بالا برده می‌شود، نیرویی که بالابر به وزنه وارد می‌کند هم اندازه با وزن آن است. پس:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{بالابر}}}{\Delta t} = \frac{Fd}{t} \xrightarrow[F=mg]{v=\frac{d}{t}} P_{\text{مفید}} = (200\times 10)\times 0/5 = 10^3\,W$$

حالا توان (توان مصرفی) بالابر را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{P_{\text{مفید}}}{Ra} = \frac{10^3}{0/8} = 1/25\times 10^3\,W = 1/25\,kW$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۲۸ **گام اوّل:** ابتدا جرم آب پمپاژ شده توسط پمپ و سپس کار پمپ در مدّت زمان یک دقیقه را حساب می‌کنیم:

$$m=\rho V=\left(۱\times ۱۰^{۳}\ \frac{kg}{m^{۳}}\right)\times ۳m^{۳}=۳\times ۱۰^{۳}kg$$

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{\text{پمپ}}+W_{\text{وزن}}=K_۲-K_۱\Rightarrow W_{\text{پمپ}}-۳\times ۱۰^{۳}\times ۱۰\times ۲۵=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۱۰^{۳}\times ۲^{۲}$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}}=۶\times ۱۰^{۳}+۷۵۰\times ۱۰^{۳}=۷۵۶\times ۱۰^{۳}J$$

گام دوم: توان مفید پمپ را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}}=\frac{W_{\text{پمپ}}}{t}=\frac{۷۵۶\times ۱۰^{۳}}{۶۰}=۱۲۶۰۰W=۱۲/۶kW$$

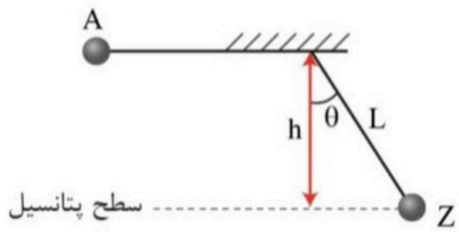
گام سوم: توان پمپ (توان ورودی) را تعیین می‌کنیم:

$$R_a=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}}\Rightarrow\frac{۶}{۱۰}=\frac{۱۲/۶}{P_{\text{ورودی}}}\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=۲۱kW$$

نکته برای وسایلی که انرژی الکتریکی به عنوان انرژی مصرفی آنها است.مانند: پمپ، بالابر و آسانسور، اگر کلمهٔ «توان» به کار رود منظور توان ورودی به این وسایل می‌باشد.

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

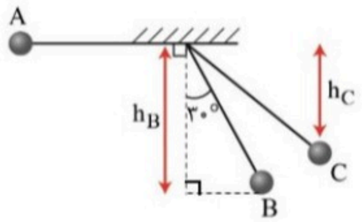
۲۲۹ **گام اوّل:** ابتدا اختلاف ارتفاع بین A و نقطهٔ دلخواه Z را تعیین می‌کنیم. چون اتلاف انرژی نداریم، تندی گلوله پس از طی ارتفاع h برابر است با:



$$h=L\cos\theta$$

$$E_A=E_Z\Rightarrow mgh=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\Rightarrow v=\sqrt{۲gh}$$

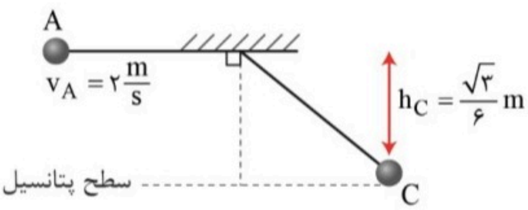
گام دوم: با به‌کار بردن رابطهٔ به‌دست آمده در گام اوّل برای نقاط B و C، تغییر ارتفاع گلوله هنگام جابه‌جایی از A تا C را به‌دست می‌آوریم: آزمون وی ا ی پی



$$\frac{V_B}{V_C}=\frac{\sqrt{۲gh_B}}{\sqrt{۲gh_C}}\Rightarrow\sqrt{۳}=\sqrt{\frac{h_B}{h_C}}\Rightarrow\frac{h_B}{h_C}=۳$$

$$\Rightarrow\frac{L\cos ۳۰}{h_C}=۳\Rightarrow h_C=\frac{L\cos ۳۰}{۳}=\frac{۱\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۶}m$$

گام سوم: یک بار دیگر برای وضعیّتی که گلوله از A با تندی $۲\frac{m}{s}$ پرتاب می‌شود تا از C عبور کند، پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم تا تندی گلوله هنگام عبور از C به دست بیاید:



$$E_A=E_C\Rightarrow K_A+U_A=K_C+U_C$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}\cancel{m}v_A^{۲}+\cancel{m}gh_C=\frac{۱}{۲}\cancel{m}v_C^{۲}\Rightarrow\frac{۱}{۲}(۲)^{۲}+۱۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۶}=\frac{۱}{۲}v_C^{۲}$$

$$\Rightarrow ۲+\frac{۵\times ۱/۷}{۳}=\frac{۱}{۲}v_C^{۲}\Rightarrow v_C=\sqrt{\frac{۲۹}{۳}}=\frac{۲۹\sqrt{۳}}{۳}\frac{m}{s}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۳۰ **گام اوّل:** جرم و تندی اوّلیه پدر با m_1 و v_1 و جرم و تندی اوّلیه پسر را با m_2 و v_2 نشان می‌دهیم. روابط انرژی جنبشی را برای قبل از تغییر تندی پسر و پس از آن می‌نویسیم تا تندی اوّلیه پسر به‌دست بیاید:

قبل از تغییرات: $\frac{k_1}{k_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \Rightarrow 3=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$

بعد از تغییرات تندی پسر: $\frac{k_1}{k'_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{v_1}{v_2-2}\right)^2 \Rightarrow 12=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{v_1}{v_2-2}\right)^2$

با تقسیم دو رابطه به‌دست آمده بر هم، داریم:

$$\frac{12}{3}=\left(\frac{v_2}{v_2-22}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} 2=\frac{v_2}{v_2-2}\Rightarrow 2v_2-4=v_2\Rightarrow v_2=4\frac{m}{s}$$

گام دوم: رابطهٔ انرژی جنبشی را برای بعد از تغییر تندی پدر می‌نویسیم.

$$\frac{k'_1}{k_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{v_1-2}{v_2}\right)^2\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{m_1}{m_2}\left(\frac{v_1-2}{v_2}\right)^2$$

با تقسیم رابطهٔ بالا به نسبت انرژی جنبشی‌ها قبل از تغییرات، تندی پدر را تعیین می‌کنیم:

$$\frac{\frac{1}{3}}{3}=\left(\frac{v_1-2}{v_2}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{1}{3}=\frac{v_1-2}{v_1}\Rightarrow 3v_1-6=v_1\Rightarrow v_1=3\frac{m}{s}$$

گام سوم: تندی‌های به‌دست آمده را در نسبت انرژی جنبشی قبل از تغییرات قرار می‌دهیم تا نسبت جرم پدر به پسر به‌دست بیاید:

$$\frac{k_1}{k_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2\Rightarrow 3=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2\Rightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{16}{3}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۳۱ دو نیروی وزن و مقاومت هوا روی گلوله کار انجام می‌دهد. طبق قضیه کار – انرژی جنبشی کار نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{\text{وزن}}+W_{f_D}=K_2-K_1\Rightarrow -mgh+W_{f_D}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow -2\times 20+W_{f_D}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{10}\times(5^2-30^2)\Rightarrow -40+W_{f_D}=-87/5\Rightarrow W_{f_D}=-47/5\,J$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۳۲

$$E_1=k_1+\cancel{U_1}^{\,0}=\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}\times1\times6^2=18J$$

$$E_2=k_2+U_2=\frac{1}{2}mv_2^2+mgh=\frac{1}{2}\times1\times2^2+1\times10\times\overbrace{(2\sin37)}^{h}\rightarrow E_2=2+10\times(2\times0/6)=14J$$

$$E_2-E_1=14-18=-4J$$

بنابراین انرژی مکانیکی در این جابه‌جایی $4J$ کاهش یافته.

دقّت: کاهش انرژی مکانیکی، برابر کار نیروی اصطکاک در طی حرکت است.

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

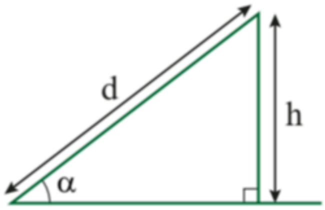
۲۳۳ از رابطهٔ ظرفیت گرمایی و توان گرمایی استفاده می‌کنیم:

$$Q = C\Delta\theta = P_{out}t = \frac{۹۰}{۱۰۰}P_{in}\,t$$

$$\Delta\theta = \frac{\frac{۹۰}{۱۰۰}P_{in}\,t}{C} = \frac{۰/۹۰\times۵۰۰\times۶\times۶۰}{۱۲\times۱۰^{۳}} = ۱۳/۵\ ^{\circ}C$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

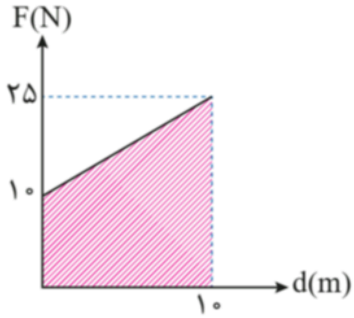
۲۳۴



$$\sin\alpha = \frac{h}{d} \Rightarrow d = \frac{h}{\sin ۳۷^{\circ}} = \frac{h}{۰/۶}$$

$$F = ۲/۵h + ۱۰ \xrightarrow{h=۰/۶d} F = ۲/۵(\frac{۶}{۱۰})d + ۱۰ \Rightarrow F = ۱/۵d + ۱۰$$

برای محاسبه‌ی کار نیروی F مساحت زیر نمودار $(F-d)$ را به ازای $h = ۶m$ که $d = ۱۰$ می‌شود به‌دست می‌آوریم:



$$W_F = S = (\frac{۲۵+۱۰}{۲})(۱۰) \Rightarrow W_F = ۱۷۵\,j$$

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -۲(۱۰)(۶) = -۱۲۰\,j \Rightarrow W_F + W_{mg} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - ۰)$$

$$\Rightarrow ۱۷۵ - ۱۲۰ = V_۲^۲ \Rightarrow V_۲ = \sqrt{۵۵} \simeq ۷/۴\,\frac{m}{s}$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۳۵ تندی اولیهٔ بسته همان تندی بالگرد است. پس:

$$v_۱ = \sqrt{۳۰^۲ + ۴۰^۲} = ۵۰\,m/s$$

طبق رابطهٔ $W_f = \Delta U + \Delta K$، داریم:

$$W_f = \Delta U + \Delta K \Rightarrow -۱۱۲۰۰ = mg\Delta h + \frac{۱}{۲}m(V^۲ - ۵۰^۲)$$

$$\Rightarrow -۱۱۲۰۰ = ۴\times۱۰\times(-۲۰۰) + \frac{۱}{۲}\times۴(V^۲ - ۵۰^۲) \Rightarrow -۳۲۰۰ = ۲(V^۲ - ۲۵۰۰)$$

$$\Rightarrow V = ۳۰\,m/s$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۶ ابتدا جرم آب را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V = (۱٫۱\times۱۰^{۳})\times(۱۵۰۰\times۱۰^{-۳}) = ۱۶۵۰\,kg$$

حالا کار پمپ را حساب می‌کنیم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = \overbrace{K_۲ - K_۱}^{۰} \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = -W_{mg} = +mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = +۱۶۵۰\times۱۰\times۶ = ۱۶۵۰\times۶۰\,J$$

حالا توان مفید این پمپ را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} = \frac{۱۶۵۰\times۶۰}{۶۰} = ۱۶۵۰\,W = ۱٫۶۵\,kW$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۷ ابتدا قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را برای جسم می‌نویسیم تا ارتفاع سطح شیبدار (h) به‌دست بیاید.

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_R = \frac{1}{2}mV_2^2 - 0 \Rightarrow +mgh - 80 = \frac{1}{2}\times 10\times 2^2$$

$$100h = 100 \Rightarrow h = 1m$$

حالا مسافت طی‌شده توسط جسم را حساب می‌کنیم.

$$\sin 30 = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{d} \Rightarrow d = 2m$$

در نهایت فرمول کار را برای نیروی اصطکاک می‌نویسیم:

$$W_{fk} = f_k d\cos 180 \Rightarrow -80 = f_k \times 2\times(-1) \Rightarrow f_k = 40N$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۳۸ قضیه کار- انرژی جنبشی را برای جسم می‌نویسیم:

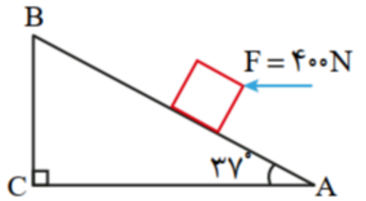
$$d = \frac{\Delta h}{\sin\alpha} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20m\ ,\ W_{mg} = -mg\Delta h\ ,\ W_{f_k} = -f_k \times d$$

$$W_F + W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1 \Rightarrow Fd\cos\theta + (-80\times 10) + (-20\times 20) = \frac{1}{2}\times 8\times 25$$

$$\Rightarrow 300\times 20\times\cos\theta = 1300 \Rightarrow \cos\theta = \frac{13}{60}$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۹ ابتدا با کار نیروی وزن ارتفاع (BC) را محاسبه می‌کنیم و سپس با داشتن ارتفاع و زاویه 37° فاصلهٔ AB که جابه‌جایی نیروی اصطکاک و نیروی شخص است را به‌دست می‌آوریم.



$$W_{mg} = -mgh \to -2000 = -40\times 10\times h \to h = 5m$$

$$\sin 37^\circ = \frac{BC}{AB} \to 0/6 = \frac{5}{AB} \to AB = d = \frac{50}{6}m$$

اکنون چون تندی ثابت است تغییر انرژی جنبشی صفر است و کار برآیند نیروها (مجموع کارها) صفر است. ضمناً کار نیروی شخص هم قابل محاسبه است.

$$W_{\text{شخص}} = Fd.\cos\theta \to W_{\text{شخص}} = 400\times\frac{50}{6}\times\cos 37^\circ = \frac{16000}{6}J$$

$$W_t = \Delta K$$

کار نیروی F_N صفر است چون بر جابه‌جایی عمود است.

$$W_{mg} + W_{\text{شخص}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{F_N} = 0$$

$$-2000 + \frac{16000}{6} + W_{\text{اصطکاک}} + 0 = 0 \to W_{\text{اصطکاک}} = -\frac{4000}{6}J$$

$$W_{f_k} = f_k d.\cos 180^\circ \Rightarrow -\frac{4000}{6} = f_k \times\frac{50}{6}\times(-1) \to f_k = 80N$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۴۰

$$P=\frac{U}{\Delta t}\to ۵\times ۱۰^{۳}=\frac{U_{\text{ورودی}}}{۲۰\times ۶۰}\to U_{\text{ورودی}}=۶\times ۱۰^{۶}\,J$$

$$Ra=\frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}}\to ۸۰=\frac{U_{\text{خروجی}}}{۶\times ۱۰^{۶}}\times ۱۰۰\to U_{\text{خروجی}}=۴/۸\times ۱۰^{۶}\,J$$

$$U=mgh\to ۴/۸\times ۱۰^{۶}=m\times ۱۰\times ۱۰۰\to m=۴/۸\times ۱۰^{۳}\,kg$$

$$\rho=\frac{m}{v}\to \rho=\frac{۴/۸\times ۱۰^{۳}}{۱/۲}=۴۰۰۰\frac{kg}{m^{۳}}\to \rho=۴\frac{g}{cm^{۳}}$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۴۱ در این تست دو بار قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را باید به‌کار بگیریم.

در ابتدا که جسم روی سطح زمین ساکن است و توسط نیروی شخص به حرکت درمی‌آید تغییر انرژی جنبشی جسم با کار نیروی شخص برابر است. قضیهٔ کار انرژی جنبشی را از قبل تا بعد از ضربه می‌نویسیم.

$$W_t=\Delta K$$

$$W_{\text{شخص}}=\frac{۱}{۲}mv^{۲}-\frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲}$$

$$W_{\text{شخص}}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۵۰۰}{۱۰۰۰}\times ۳۰^{۲}-۰$$

$$W_{\text{شخص}}=\frac{۹۰۰}{۴}J$$

پس از آنکه جسم شخص را ترک می‌کند تندی $۳۰\frac{m}{s}$ پیدا می‌کند و از این لحظه به بعد تا آنکه جسم به حال سکون در می‌اید وزن و نیروی اصطکاک روی آن کار انجام می‌دهند.

$$W_t=\Delta K$$

$$W_{\text{وزن}}+W_{\text{اصطکاک}}=\frac{۱}{۲}mv^{۲}-\frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲}$$

$$-mgh+W_{\text{اصطکاک}}=۰-\frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲}$$

$$-\frac{۵۰۰}{۱۰۰۰}\times ۱۰\times ۲۰+W_{\text{اصطکاک}}=-\frac{۱}{۲}\times\frac{۵۰۰}{۱۰۰۰}\times ۳۰^{۲}$$

$$W_{\text{اصطکاک}}=-\frac{۵۰۰}{۴}J$$

$$\frac{W_{\text{شخص}}}{|W_{\text{اصطکاک}}|}=\frac{\frac{۹۰۰}{۴}}{\frac{۵۰۰}{۴}}=۱/۸$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۴۲ رابطهٔ تغییرات انرژی جنبشی جسم را می‌نویسیم تا v به‌دست بیاید:

$$\Delta K=\frac{۱}{۲}m(v_{۲}^{۲}-v_{۱}^{۲})\Rightarrow ۶/۶=\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۰}\times((v+۳)^{۲}-v^{۲})\Rightarrow ۳۳=۶v+۹\Rightarrow v=۴\frac{m}{s}$$

حالا انرژی جنبشی جسم به ازای تندی v (انرژی جنبشی اولیه) را به‌دست می‌آوریم:

$$K_{۱}=\frac{۱}{۲}mv^{۲}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۰}\times ۴^{۲}=۳/۲J$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۴۳ کافی است دو بار از رابطهٔ کار- انرژی جنبشی استفاده کنیم:

$$W_t = K_2 - K_1 \begin{cases} \rightarrow 200 = \frac{1}{2}m(v^2 - 0^2) = \frac{1}{2}mv^2 \\ \rightarrow W = \frac{1}{2}m((3v)^2 - v^2) = \frac{8}{2}mv^2 \end{cases}$$

با تقسیم دو رابطهٔ به‌دست آمده از بالا به هم، W را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{200}{W} = \frac{1}{8} \Rightarrow W = 1600\,J$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۴۴ ابتدا برایند نیروها در راستای جابجایی (راستای افقی) را حساب می‌کنیم.

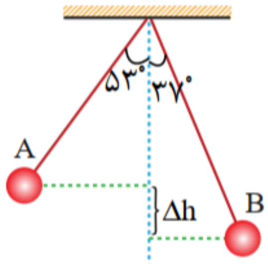
$$F_{net(x)} = F_1\cos 37 + F_2 - f_k = 150\times\frac{8}{10} + 60 - 30 = 150\,N$$

حالا کار نیروی خالص در راستای جابجایی را به‌دست می‌آوریم:

$$W_{F_{net}} = Fd\cos\theta = 150\times 10\times\cos 0 = 1500\,J$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۵ ابتدا طول نخ آونگ را با استفاده از پایستگی انرژی بین نقطهٔ A و نقطه‌ای که زاویهٔ نخ با راستای قائم °۳۷ است، به‌دست می‌آوریم:



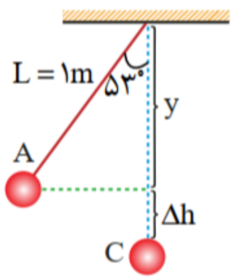
$$\Delta h = L(\cos 37 - \cos 53) = L(0/8 - 0/6) = 0/2L$$

$$E_A = E_B \Rightarrow \Delta U = -\Delta K \Rightarrow$$

$$\cancel{m}g\Delta h = \frac{-1}{2}\cancel{m}(v_B^2 - v_A^2)$$

$$10\times(-0/2L) = \frac{-1}{2}(2^2 - 0^2) \Rightarrow 2L = 2 \Rightarrow L = 1\,m$$

بیشینهٔ تندی گلوله هنگامی است که گلوله از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر عبور می‌کند. در این حالت با استفاده از پایستگی انرژی بین نقطهٔ A و پایین‌ترین نقطهٔ مسیر، بیشینهٔ تندی را به‌دست می‌آوریم:



$$y = L\cos 53 = 0/6L = 0/6\,m$$

$$\Delta h = L - y = 0/4L = 0/4\,m$$

$$E_A = E_C \Rightarrow \Delta U = -\Delta K$$

$$\Rightarrow mg\Delta h = -\frac{1}{2}m(v_C^2 - \overset{0}{\cancel{v_A^2}}) \Rightarrow 10\times(-0/4) = -\frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_C = 2\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۶ دو نیروی وزن و مقاومت هوا روی جسم کار انجام می‌دهند. طبق قضیه کار- انرژی جنبشی، داریم:

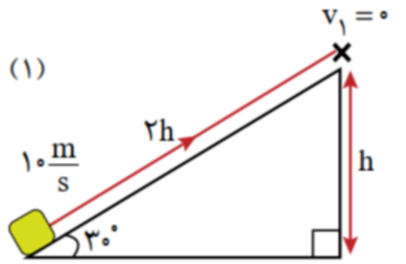
$$W_{\text{وزن}} + W_{f_D} = K_2 - K_1 \Rightarrow +mgh + W_{f_D} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

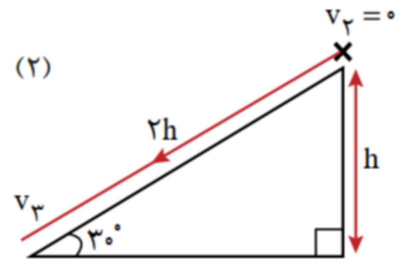
$$\Rightarrow +0/2\times 10\times 100 + W_{f_D} = \frac{1}{2}\times\frac{2}{10}\times(20^2 - 5^2)$$

$$\Rightarrow 200 + W_{f_D} = 37/5 \Rightarrow W_{f_D} = -162/5\,J$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۷ قضیه کار - انرژی جنبشی را برای بالا رفتن و پایین آمدن به‌صورت جداگانه می‌نویسیم:





بالا رفتن: $W_{\text{وزن}} + W_{f_k} = K_2 - K_1$

$$-\cancel{m}gh - (\frac{1}{4}\cancel{m}g)(2h) = 0 - \frac{1}{2}\cancel{m}(10)^2$$

$$15h = 50$$

پایین آمدن: $W_{\text{وزن}} + W_{f_k} = K_3 - K_2$

$$\cancel{m}gh - (\frac{1}{4}\cancel{m}g)(2h) = \frac{1}{2}mv_3^2 - 0$$

$$5h = \frac{1}{2}v_3^2$$

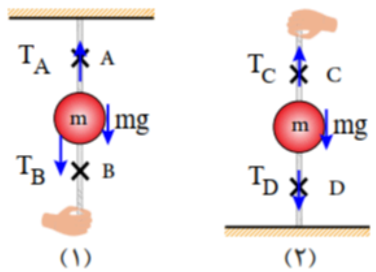
با توجه به دو معادلهٔ به‌دست آمده، تندی جسم هنگام برگشت به پایین سطح برابر است با:

$$15h = 50 \Rightarrow h = \frac{10}{3}m$$

$$v_3^2 = 10h = \frac{100}{3} \Rightarrow v_3 = \frac{10\sqrt{3}}{3}\frac{m}{s}$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۸ این سؤالات را با قانون دوم نیوتون تحلیل کنید. هنگامی‌که کشش آرام داریم شتاب وزنه تقریباً صفر و هنگامی‌که کشش سریع و ناگهانی داریم، شتاب وزنه مقدار بسیار زیادی است. نیروهای وارد بر وزنه در هر دو حالت به‌صورت شکل زیر است:



قانون دوم را برای هر حالت می‌نویسیم:

$$(1)\ T_B + mg - T_A = ma \xrightarrow[\text{کشش سریع}]{a=\text{بسیار بزرگ}} T_B > T_A$$

$$(2)\ T_C - T_D - mg = ma \xrightarrow[\text{کشش آرام}]{a=0} T_C = T_D + mg \to T_C > T_D$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۴۹

$$P = \frac{W}{\Delta t} \to 3\times10^7 = \frac{W}{120} \to W = 3/6\times10^9\,J$$

با استفاده از رابطه کار، جابجایی هواپیما را محاسبه می‌کنیم:

$$W = Fd \to 3/6\times10^9 = 1/5\times10^5 \times d \to d = 2/4\times10^4\,m = 24km$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۰ ابتدا کل انرژی موردنیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{v}\to ۱۰۰۰=\frac{m}{۱۰۰۰}\to m=۱۰^{۶}\,kg$$
$$U=mgh\to U_{\text{کل}}=۱۰^{۶}\times ۱۰\times ۲۴=۲/۴\times ۱۰^{۸}\,j$$

انرژی ورودی به هر پمپ برابر است با:

$$P=\frac{W}{t}\to ۵۰۰۰=\frac{W}{۱۰\times ۳۶۰۰}\to W_{\text{ورودی}}=۱/۸\times ۱۰^{۸}\,j$$

پمپی که بازده آن ٪۵۰ است در مدت $۱۰h$ انرژی مفیدی که تولید می‌کند برابر است با:

$$R_a=\frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}}\times ۱۰۰$$
$$۵۰=\frac{\text{انرژی خروجی(مفید)}}{۱/۸\times ۱۰^{۸}}\times ۱۰۰\to \text{انرژی خروجی (مفید)}=۹\times ۱۰^{۷}\,J$$

بقیه انرژی مفید باید توسط پمپ دیگر تأمین شود

$$\text{انرژی خروجی پمپ دوم}=۲/۴\times ۱۰^{۸}-۹\times ۱۰^{۷}=۱/۵\times ۱۰^{۸}\,J$$
$$\text{بازده پمپ دوم}=\frac{۱/۵\times ۱۰^{۸}}{۱/۸\times ۱۰^{۸}}\times ۱۰۰\simeq ۸۳\%$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۵۱ اگر فرض کنیم انرژی گرمایی تولید شده در نیروگاه برابر با Q باشد، فقط $۰/۴Q$ به انرژی الکتریکی تبدیل شده است. حال پس از انتقال و رسیدن به لامپ، $۰/۹\times ۰/۴Q$ از این مقدار به لامپ برای روشن شدن رسیده است. از طرفی انرژی موردنیاز لامپ برابر است با:

$$P=\frac{W}{t}\to ۱۰۰=\frac{W}{۱۰\times ۳۶۰۰}\to W=۳/۶\times ۱۰^{۶}\,J$$
$$۳/۶\times ۱۰^{۶}=۰/۹\times ۰/۴Q\to Q=۱۰^{۷}\,J=۱۰MJ$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۲ طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، چون جسم در ابتدا و انتها ساکن است، پس:

$$W_T=\Delta K=۰$$

نیروی $F=۹N$ در $۲۰cm$ کار انجام داده و نیروی اصطکاک در طی $۳۰cm$، پس:

$$F_۱d_۱-f_kd_۲=۰\Rightarrow ۹(۰/۲)-f_k(۰/۳)=۰\Rightarrow f_k=\frac{۲}{۳}\times ۹=۶N$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۳ چون نیروی وزن بر جابه‌جایی روی مسیر دایره‌ای عمود است $(\theta=۹۰^\circ)$، نیروی وزن کاری انجام نمی‌دهد.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۵۴ کار کل نیروها برابر با مجموع کار تمام نیروهای وارد بر جعبه است. بر جعبه پنج نیروی وزن $(m\vec{g})$، عمودی سطح $(\vec{F}_N)$، $\vec{F}_۱$، $\vec{F}_۲$ و $\vec{f}_k$ وارد می‌شود که کار نیروی وزن و عمودی سطح در این جابه‌جایی صفر است (چرا؟).

$$W_{F_۲}=F_۲d\,Cos۶۰^\circ=۱۰۰\times ۱۰\times ۰/۵=۵۰۰J$$
$$W_{f_k}=f_kd\,Cos۱۸۰^\circ=۲۴\times ۱۰\times(-۱)=-۲۴۰J$$
$$W_{\text{کل}}=W_{mg}+W_{F_N}+W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_{f_k}\Rightarrow ۹۰۰=۰+۰+W_{F_۱}+۵۰۰+(-۲۴۰)\Rightarrow W_{F_۱}=۶۴۰J$$
$$W_{F_۱}=F_۱d\,Cos۳۷^\circ\Rightarrow ۶۴۰=F_۱\times ۱۰\times ۰/۸\Rightarrow F_۱=۸۰N$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۵ $K=\frac{۱}{۲}mv^{۲} \Rightarrow \frac{K_{۲}}{K_{۱}}=(\frac{v_{۲}}{v_{۱}})^{۲} \Rightarrow \frac{K_{۲}}{K_{۱}}=(\frac{۳۹}{۲۶})^{۲}=\frac{۹}{۴} \Rightarrow \frac{K_{۲}}{K_{۲}-K_{۱}}=\frac{۹}{۵} \Rightarrow \frac{K_{۲}}{۲۶۵}=\frac{۹}{۵} \Rightarrow K_{۲}=۴۷۷\,J$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۶ $$\left.\begin{array}{l} W_t=\Delta K \\ W_t=W_{\text{وزن}}+W_{\text{مقاومت هوا}} \end{array}\right\} \Rightarrow ۵۴۰۰=m\times ۱۰\times ۸۰+(-۶۰۰) \Rightarrow ۶۰۰۰=۸۰۰m \Rightarrow m=۷/۵\,kg$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۷ کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است.

$W_{F_{۱}}=(F_{۱}Cos\,۰^{\circ})d=۳۰d$

$W_{F_{۲}}=(F_{۲}Cos\,۹۰^{\circ})d=۰$

$W_{f_k}=(f_k Cos\,۱۸۰^{\circ})d=-۲۰d$

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی: $W_t=\Delta K \Rightarrow W_{F_{۱}}+W_{F_{۲}}+W_{f_k}=K_{۲}-K_{۱} \Rightarrow ۳۰d-۲۰d=۱۰۰ \Rightarrow ۱۰d=۱۰۰ \Rightarrow d=۱۰m$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۸ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی: $W_t=\Delta K \Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}mv^{۲}-\frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲} \Rightarrow ۴۰۰\times ۱۰^{۳}=\frac{۱}{۲}\times ۸۰۰\times((v_{۰}+۱۰)^{۲}-v_{۰}^{۲})$

$\Rightarrow ۱۰^{۳}=v_{۰}^{۲}+۲۰v_{۰}+۱۰۰-v_{۰}^{۲} \Rightarrow ۹۰۰=۲۰v_{۰} \Rightarrow v_{۰}=۴۵\frac{m}{s}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۹ $W_{t,AB}=\Delta K_{AB} \Rightarrow W_F+W_{f_k}+\cancel{W_{F_N}}^{۰}+\cancel{W_{mg}}^{۰}=K_B-K_A \Rightarrow Fd_{AB}Cos\,۰^{\circ}+f_k d_{AB}Cos\,۱۸۰^{\circ}=K_B-۰$

$\Rightarrow ۴۰\times ۲۰\times(۱)+۱۰\times ۲۰\times(-۱)=K_B-۰ \Rightarrow K_B=۸۰۰-۲۰۰=۶۰۰J$

$W_{t,BC}=\Delta K_{BC} \Rightarrow W_{f_k}+\cancel{W_{F_N}}^{۰}+\cancel{W_{mg}}^{۰}=K_C-K_B \Rightarrow ۱۰\times d_{BC}\times Cos\,۱۸۰^{\circ}=۰-۶۰۰ \Rightarrow d_{BC}=۶۰m$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۶۰ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی: $W_t=\Delta K=K_{۲}-K_{۱}=\frac{۱}{۲}m(v_{۲}^{۲}-v_{۱}^{۲})=\frac{۱}{۲}m((۳v_{۱})^{۲}-v_{۱}^{۲})=۸\times\frac{۱}{۲}mv_{۱}^{۲}=۸K_{۱}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۶۱ $U_{۱}=U_{۲} \Rightarrow m_{۱}gh_{۱}=m_{۲}gh_{۲} \Rightarrow m_{۱}\times ۲=m_{۲}\times ۲/۵ \Rightarrow \frac{m_{۲}}{m_{۱}}=\frac{۲}{۲/۵}$

$W_{\text{وزن}}=-\Delta U_{\text{گرانشی}} \Rightarrow \frac{W_{۲}}{W_{۱}}=\frac{-m_{۲}g\Delta h_{۲}}{-m_{۱}g\Delta h_{۱}}=\frac{m_{۲}}{m_{۱}}\times\frac{\Delta h_{۲}}{\Delta h_{۱}}=\frac{۲}{۲/۵}\times\frac{(۱-۲/۵)}{(۱-۲)}=\frac{۳}{۲/۵}=\frac{۶}{۵}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۶۲ کار انجام‌شده روی اتاقک برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است (چرا؟). اگر توان مصرفی متوسط موتور P_{av} باشد، می‌توان نوشت:

$\text{بازده برحسب درصد}=\frac{\text{کار مفید}}{\text{انرژی ورودی}}\times ۱۰۰ \Rightarrow ۷۵=\frac{mg\Delta h}{P_{av}\Delta t}\times ۱۰۰ \Rightarrow ۷۵=\frac{۵۰۰\times ۱۰\times ۶}{P_{av}\times ۱۰}\times ۱۰۰ \Rightarrow P_{av}=۴۰۰۰W$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۶۳

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی: $W_{\text{کل نیروها}} = \Delta K \Rightarrow W_{F\text{موتور}} + W_{mg} = \frac{۱}{۲}mv^{۲} - \frac{۱}{۲}mv_{\circ}^{۲} \Rightarrow W_{F\text{موتور}} - mgh = \frac{۱}{۲}mv^{۲}$

$$\Rightarrow W_{F\text{موتور}} = mgh + \frac{۱}{۲}mv^{۲} = m\times ۱۰\times ۱۰ + \frac{۱}{۲}m\times(۴)^{۲} \Rightarrow W_{F\text{موتور}} = ۱۰۸\,m \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$Ra = \frac{P_{av_{\text{مفید}}}}{P_{av_{\text{مصرفی}}}} \Rightarrow \frac{۶}{۱۰} = \frac{P_{av_{\text{مفید}}}}{۲۰۰۰} \Rightarrow P_{av_{\text{مفید}}} = ۱۲۰۰W$$

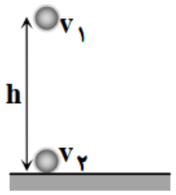
$$P_{av_{\text{مفید}}} = \frac{W_{F\text{موتور}}}{\Delta t} \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} ۱۲۰۰ = \frac{۱۰۸\,m}{۱/۵\times ۶۰} \Rightarrow m = \frac{۱۲۰۰\times ۹۰}{۱۰۸} = ۱۰۰۰kg$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۶۴

$$E_{۱} = E_{۲} \Rightarrow mgh + \frac{۱}{۲}mv_{۱}^{۲} = \frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲} \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲} - \frac{۱}{۲}mv_{۱}^{۲}$$

$$\frac{U_{max}}{K_{max}} = \frac{mgh}{\frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲}} = \frac{\frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲} - \frac{۱}{۲}mv_{۱}^{۲}}{\frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲}} = ۱ - (\frac{v_{۱}}{v_{۲}})^{۲}$$



(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

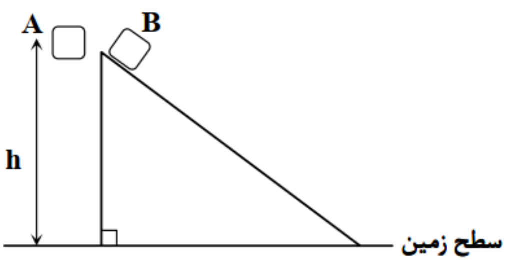
۲۶۵

با توجه به نبودن اصطکاک و مقاومت هوا برای هر یک از دو جسم، انرژی مکـانیکی پایسته است، پس می‌توان نوشت:

$$E_{۱} = E_{۲} \Rightarrow U_{۱} + \cancel{K_{۱}} = \cancel{U_{۲}} + K_{۲}$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv^{۲} \Rightarrow v = \sqrt{۲gh}$$

این رابطه نشان می‌دهد، سرعت دو جسم هنگام رسیدن به سطح زمین بـه ارتفـاع اولیه بستگی دارد که برای هر دو جسم برابر است.



(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۶۶

با توجه به اینکه مقاومت هوا ناچیز است، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند و هرچه جسم پایین‌تر می‌آید، تندی آن بیشتر می‌شود.

اگر سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کنیم $(U_{۳} = ۰)$، داریم:

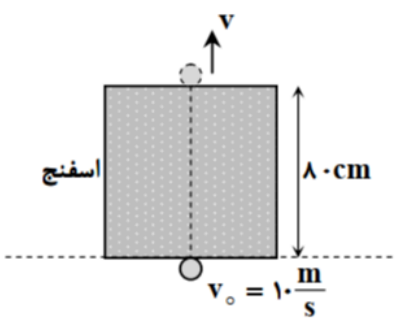
$$E_{۲} = E_{۳} \Rightarrow U_{۲} + K_{۲} = U_{۳} + K_{۳} \Rightarrow mgh_{۲} + \frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲} = mgh_{۳} + \frac{۱}{۲}mv_{۳}^{۲}$$

$$\Rightarrow m\times ۱۰\times ۱۰۵ + \frac{۱}{۲}\times m\times v_{۲}^{۲} = ۰ + \frac{۱}{۲}\times m\times ۵۰^{۲} \Rightarrow v_{۲} = ۲۰\frac{m}{s} \Rightarrow v_{۱} = ۲۰ - ۱۰ = ۱۰\frac{m}{s}$$

$$E_{۱} = E_{۳} \Rightarrow m\times ۱۰\times h + \frac{۱}{۲}\times m\times ۱۰^{۲} = ۰ + \frac{۱}{۲}\times m\times ۵۰^{۲} \Rightarrow h = ۱۲۰m$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۶۷



$$E_2 - E_1 = W_f$$
$$\Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = W_f = -0/2K_1$$
$$\Rightarrow mg \times 0/8 + \frac{1}{2}mv^2 - 0 - \frac{1}{2}m \times 10^2 = -0/2 \times \frac{1}{2} \times m \times 10^2$$
$$\Rightarrow 8m + \frac{1}{2}mv^2 = 50m - 10m \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 32m$$
$$\Rightarrow v^2 = 64 \Rightarrow v = 8\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۶۸

$$E_2 - E_1 = W_{\text{مقاومت‌هوا}} \Rightarrow 450 - 500 = W_{\text{مقاومت‌هوا}} \Rightarrow W_{\text{مقاومت‌هوا}} = -50\,J$$
$$E_1 = U_1 + K_1 = mgh + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 500 = 2 \times 10 \times h + \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \Rightarrow h = 20\,m$$
$$W_{\text{مقاومت‌هوا}} = (\bar{f}_{\text{مقاومت‌هوا}} \cos 180^\circ)d \Rightarrow -50 = \bar{f}_{\text{مقاومت‌هوا}} \times (-1) \times 20 \Rightarrow \bar{f}_{\text{مقاومت‌هوا}} = 2/5\,N$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۶۹ سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم:

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow -0/2K_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) \Rightarrow -0/2K_1 = (mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2) - (0 + K_1)$$
$$\Rightarrow 0/8K_1 = m(gh_2 + \frac{1}{2}v_2^2) \Rightarrow 0/8 \times \frac{1}{2}mv_1^2 = m(10 \times 16 + \frac{1}{2} \times 20^2) \Rightarrow 0/4v_1^2 = 360 \Rightarrow v_1 = 30\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۷۰ توان، آهنگ انجام کار است؛ ازاین‌رو، توان زیاد یک وسیله، به‌معنای کوتاه بودن زمان انجام کار توسط آن وسیله است. از طرفی بازده، نسبت انرژی مفید به انرژی کل است؛ بنابراین بازده زیاد یعنی از انرژی کل معینی، کار مفید زیادی حاصل می‌شود.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۷۱ انرژی درونی یک جسم برابر با مجموع انرژی‌های ذرات تشکیل‌دهندهٔ آن است و هم به تعداد ذرات و هم به انرژی درونی هر ذره بستگی دارد.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۲

$$\Delta U = U_2 - U_1 = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1) = mg\ell$$

کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و همواره برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -mg\ell$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۳

$$\frac{K_1}{K_2} = (\frac{m_1}{m_2})(\frac{v_1}{v_2})^2 = \frac{m_1}{m_2} \times (\frac{m_2}{m_1})^2 = \frac{m_2}{m_1} = \frac{80}{50} = \frac{8}{5} \qquad \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} \qquad m_1 = 50\,kg \quad , \quad m_2 = 80\,kg$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۴ کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح در این جابه‌جایی صفر است.

$$W_t = W_F + W_{f_k} \Rightarrow W_t = Fd\cos\theta_1 + f_k d\cos\theta_2 \Rightarrow W_t = 60 \times 5 \times \cos 53^\circ + 20 \times 1/5 \times \cos 180^\circ$$
$$\Rightarrow W_t = 180 - 30 \Rightarrow W_t = 150\,J$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۷۵

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی : $W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = K_2 - K_1$

انرژی جنبشی به جهت حرکت بستگی ندارد. کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد.

$$-mg\Delta h + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow -0/5 \times 10 \times (-40) + W_f = \frac{1}{2} \times 0/5(28^2 - 12^2)$$

$$\Rightarrow 200 + W_f = \frac{1}{4}(28+12)(28-12) = 10 \times 16 \Rightarrow W_f = -40J$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۶

$$m = 1/5\,ton = 1500kg \quad , \quad a = 2\frac{m}{s^2} \quad , \quad \Delta t = 5s \quad , \quad v_1 = 0$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2\frac{m}{s^2} = \frac{v_2 - 0}{5} \Rightarrow v_2 = 10\frac{m}{s}$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 1500 \times (10)^2 - \frac{1}{2} \times 0 = 7/5 \times 10^4 J = 75kJ$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۷

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی : $W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} + W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k} = K_2 - K_1$

$$\Rightarrow 0 + 0 + 0 + 40 \times \frac{5}{10} \times \frac{8}{10} + f_k \times \frac{5}{10} \times (-1) = \frac{1}{2} \times 4 \times (4-1) \Rightarrow 16 - 0/5 f_k = 6 \Rightarrow f_k = 20N$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

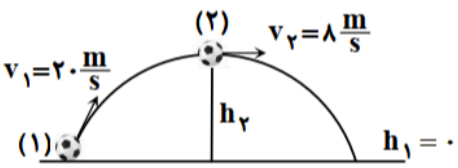
۲۷۸

با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی، تندی وزنه در پایان هر دو مسیر برابر است، پس $v_1 = v_2 = v_0$

در مسیر (۱) در مدتی که وزنه از سطح افقی بالاتر است تندی آن کمتر از v_0 می‌شود، پس کمی عقب می‌افتد؛ یعنی مدت‌زمان طی کـردن مسیر (۱) بیشتر از مسیر (۲) است. $(t_1 > t_2)$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۹



$$E_2 = E_1 \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times 8^2 + m \times 10 \times h_2 = \frac{1}{2} \times m \times 20^2 + m \times 10 \times (0)$$

$$32 + 10h_2 = 200 \Rightarrow h_2 = 20 - 3/2 = 16/8\,m$$

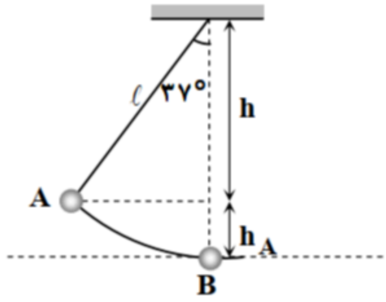
(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۰

$$P_{av} = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{\Delta K}{\Delta t} \xrightarrow{P_1 = P_2} \frac{\Delta K_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta K_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}m(20^2 - 10^2)}{6} = \frac{\frac{1}{2}m(30^2 - 20^2)}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{150}{6} = \frac{250}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 10s$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۱ مطابق شکل، بیشترین انرژی جنبشی جسم در موقعیت B است:



$$h = \ell \cos 37^\circ = 1 \times 0/8 = 0/8\,m$$

$$\Rightarrow h_A = 1 - 0/8 = 0/2\,m$$

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0/2 \times 10^2 + 0/2 \times 10 \times 0/2 = K_B + 0$$

$$\Rightarrow K_B = 10/4\,J$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۸۲ $\text{بازده خطوط انتقال} = \dfrac{\text{توان شهر}}{\text{توان ورودی به خطوط}} \times 100 \Rightarrow 90 = \dfrac{450}{\text{توان ورودی به خطوط}} \times 100 \Rightarrow \text{توان ورودی خطوط} = 500\,MW$

$\text{بازده نیروگاه} = \dfrac{\text{توان خروجی از نیروگاه}}{\text{توان ورودی به نیروگاه}} \times 100 \Rightarrow 40 = \dfrac{500}{\text{توان ورودی به نیروگاه}} \times 100 \Rightarrow \text{(مصرف سوخت) توان ورودی به نیروگاه} = 1250\,MW$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۸۳ $\text{انرژی تلف‌شده} \times 4 = \text{انرژی خروجی}$

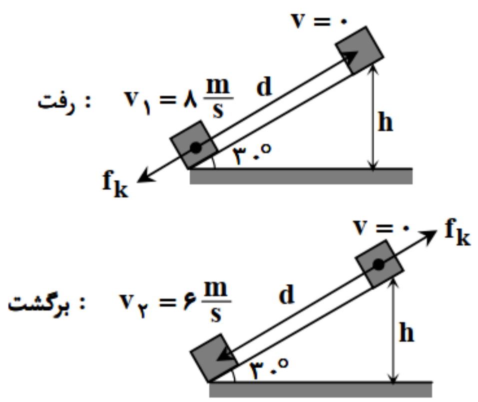
$\text{انرژی ورودی} = \dfrac{\text{انرژی خروجی}}{4} + \text{انرژی خروجی} = \dfrac{5}{4} \times \text{انرژی خروجی}$

$\text{بازده برحسب درصد} = \dfrac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 = \dfrac{\text{انرژی خروجی}}{\frac{5}{4} \times \text{انرژی خروجی}} \times 100 = \%80$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۸۴ قضیهٔ کار- انرژی جنبشی را در هنگام رفت و نیز برگشت به‌صورت جداگانه می‌نویسیم:

$\text{قضیهٔ کار- انرژی جنبشی}: W_{mg} + W_{F_N} + W_{f_k} = \Delta K \quad , \quad W_{F_N} = 0$



$$\begin{cases} \text{در مسیر بالا رفتن}: -mgh - f_k d = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2 & (1) \\ \text{در مسیر برگشتن}: mgh - f_k d = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 & (2) \end{cases}$$

از تفریق دو رابطهٔ (۱) و (۲) از یکدیگر داریم:

$$2mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow 4gh = v_2^2 + v_1^2 \Rightarrow h = \frac{v_1^2 + v_2^2}{4g}$$

$$\Rightarrow h = \frac{8^2 + 6^2}{40} = \frac{100}{40} = 2/5\,m$$

$$\sin\theta = \frac{h}{d} \xrightarrow{\theta = 30^\circ} \frac{1}{2} = \frac{2/5}{d} \Rightarrow d = 5\,m$$

مسافت طی‌شده در کل حرکت برابر $\ell = 2d = 10\,m$ است.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۸۵

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \cancel{W_{\text{وزن}}} + \cancel{W_{F_N}} + W_{f_k} + W_F = K_2 - \cancel{K_1} \Rightarrow W_{f_k} + Fd\cos 60^\circ = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

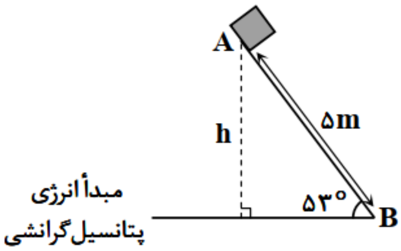
$$\Rightarrow W_{f_k} + 60\times 20\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\times 4\times 100 \Rightarrow W_{f_k} + 600 = 200 \Rightarrow W_{f_k} = -400\,J$$

$$W_{f_k} = f_k d \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1}$$

$$\Rightarrow -400 = -f_k \times 20 \Rightarrow f_k = 20\,N$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۶



$$\sin 53^\circ = \frac{h}{5} \Rightarrow 0/8 = \frac{h}{5} \Rightarrow h = 4m$$

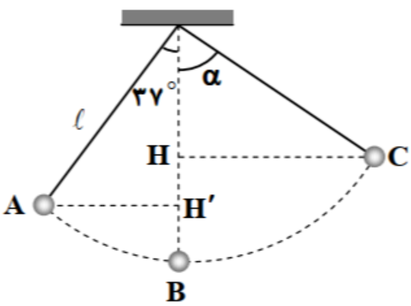
$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = -0/2mgh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = 0/8\,mgh \Rightarrow v_B^2 = 1/6\,gh = 1/6\times 10\times 4$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 16\times 4 \Rightarrow v_B = 4\times 2 = 8\,\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۷



$$\Delta U_{\text{گرانشی}} = mg(h_2 - h_1)$$

$$\Delta U_{AB} = -mg(BH') = -mg(\ell - \ell\cos 37^\circ)$$

$$= -mg\ell(1 - 0/8) = -mg\ell \times 0/2 \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$\Delta U_{BC} = +mg(BH) = +mg(\ell - \ell\cos\alpha) = mg\ell(1-\cos\alpha) \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

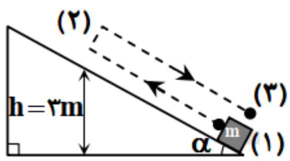
$$\Delta U_{BC} = -2\Delta U_{AB} \xrightarrow{\text{روابط (۱) و (۲)}} mg\ell(1-\cos\alpha) = 2mg\ell\times 0/2$$

$$\Rightarrow 1 - \cos\alpha = 0/4 \Rightarrow \cos\alpha = 0/6$$

سطح هم‌تراز با پایین‌ترین نقطهٔ مسیر (نقطهٔ B) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفتیم.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۸۸ کار نیروی اصطکاک هنگام بالا رفتن و پایین آمدن جسم با هم برابر است:



$$W_{f_k} = f_k \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -f_k \cdot d$$

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی هنگام بالا رفتن: $W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1 \Rightarrow -mgh + W_{f_k} = 0 - \frac{1}{2}m(10)^2$

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی هنگام پایین آمدن: $W_{mg} + W_{f_k} = K_3 - K_2 \Rightarrow mgh + W_{f_k} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$

با حل دستگاه بالا، داریم:

$$2mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m(10)^2 \Rightarrow 2\times 10\times 3 = \frac{1}{2}v^2 + 50 \Rightarrow v = 2\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$$

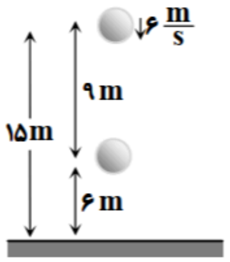
تذکر: کار نیروی عمودی سطح (F_N) صفر است؛ زیرا این نیرو بر جابه‌جایی جسم روی سطح عمود است.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۸۹

$$U_۱+K_۱=U_۲+K_۲ \Rightarrow mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh_۲+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰\times ۱۵+\frac{۱}{۲}\times ۶^۲=۱۰\times ۶+\frac{۱}{۲}v_۲^۲ \Rightarrow v_۲^۲=۲۱۶ \qquad \frac{K_۲}{K_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲}=\frac{v_۲^۲}{v_۱^۲}=\frac{۲۱۶}{۳۶}=۶$$



(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۹۰

$$A:\text{بازده}=\frac{\text{کار مفید}}{\text{کار ورودی}}=\frac{W}{P\Delta t}$$

$$\Rightarrow ۰/۵=\frac{W}{۴۰۰۰\times ۴\times ۶۰}$$

$$\Rightarrow W=۴۰۰۰\times ۱۲۰=۴۸۰۰۰۰J$$

پمپ B برای بالا کشیدن همین مقدار آب باید همین اندازه کار انجام بدهد.

$$B:\text{بازده}=\frac{W}{P\,\Delta t} \Rightarrow ۰/۴=\frac{۴۸۰۰۰۰}{۶۰۰۰\times \Delta t} \Rightarrow \Delta t=\frac{۸۰}{\frac{۴}{۱۰}}=\frac{۸۰۰}{۴}=۲۰۰s$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۱

$$W_f=\Delta E=(U_۲+K_۲)-(U_۱+K_۱)=K_۲-K_۱=\frac{۱}{۲}\times m\times(۴۰۰۰۰-۹۰۰۰۰)=\frac{-۵۰۰۰۰m}{۲}=-۲۵۰۰۰m$$

$$\text{مقدار گرمای داده شده به گلوله}:Q=۲۵۰۰۰m\times\frac{۱}{۲}=۱۲۵۰۰m$$

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow ۱۲۵۰۰m=m\times ۱۲۵\,\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=\frac{۱۲۵۰۰}{۱۲۵}=۱۰۰^\circ C$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۲ کار برایند نیروها در یک جابه‌جایی، برابر مجموع کار هر یک از نیروها در این جابه‌جایی است؛ بنابراین داریم:

$$W_{F_۱}=F_۱ d\cos\theta_۱=(۴F)\times ۱۵۰\times\cos ۶۰^\circ=۶۰۰F\times\frac{۱}{۲}=۳۰۰F$$

$$W_{F_۲}=F_۲ d\cos\theta_۲=F\times ۱۵۰\times\cos ۱۸۰^\circ=۱۵۰F\times(-۱)=-۱۵۰F$$

$$W_{F_t}=W_{F_۱}+W_{F_۲} \Rightarrow ۴۵۰۰=۳۰۰F-۱۵۰F \Rightarrow ۴۵۰۰=۱۵۰F \Rightarrow F=\frac{۴۵۰۰}{۱۵۰}=۳۰N$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۳ در ابتدا اندازهٔ سرعت هر یک از متحرک‌های A و B را به‌دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی، خواستهٔ تست را به‌دست می‌آوریم:

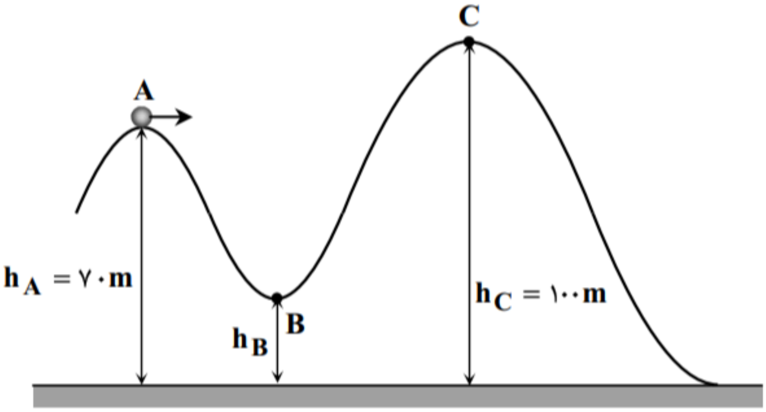
$$\vec{v}_A=\vec{i}-۲\vec{j} \Rightarrow v_A=\sqrt{(۱)^۲+(-۲)^۲}=\sqrt{۱+۴}=\sqrt{۵}\,\frac{m}{s}$$

$$\vec{v}_B=۳\vec{i}+\vec{j} \Rightarrow v_B=\sqrt{(۳)^۲+(۱)^۲}=\sqrt{۹+۱}=\sqrt{۱۰}\,\frac{m}{s}$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^۲ \Rightarrow \frac{K_A}{K_B}=\frac{۱}{۲}\times\left(\frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}}\right)^۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۴ کار نیروی وزن گلوله در جابه‌جایی از A به B مثبت بوده و مقدار آن برابر است با:



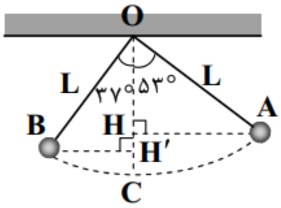
$$W_{mg} = mg\Delta h_{AB} = mg(h_A - h_B)$$
$$\Rightarrow ۵۰۰ = ۱\times ۱۰\times(۷۰ - h_B)$$
$$\Rightarrow ۵۰ = ۷۰ - h_B \Rightarrow h_B = ۲۰m$$

در جابه‌جایی گلوله از B به C، ارتفاع گلوله نسبت به سطح زمین افزایش یافته و بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی گلوله، افزایش می‌یابد.

$$\Delta U_{BC} = U_C - U_B = mgh_C - mgh_B = mg(h_C - h_B) \Rightarrow \Delta U_{BC} = ۱\times ۱۰\times(۱۰۰ - ۲۰) = ۸۰۰J$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۵ در ابتدا ارتفاع هر یک از نقاط A و B را نسبت به مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی که از نقطهٔ C عبور می‌کند، به‌دست می‌آوریم. (نقطهٔ C، پایین‌ترین نقطه‌ای است که گلولهٔ آونگ از آن عبور می‌کند) سپس انرژی پتانسیل گرانشی نقاط A و B را به‌دست می‌آوریم:



$$O\hat{H}A : \cos ۵۳° = \frac{OH}{OA} \Rightarrow OH = ۰/۶OA = ۰/۶L$$
$$HC = OC - OH = L - ۰/۶L = ۰/۴L$$
$$HC = ۰/۴\times ۲ = ۰/۸\,m$$
$$U_A = mgh_A = mg(HC) = ۱\times ۱۰\times ۰/۸ = ۸\,J$$

$$O\hat{H'}B : \cos ۳۷° = \frac{OH'}{OB} \Rightarrow OH' = ۰/۸OB = ۰/۸L$$
$$H'C = OC - OH' = L - ۰/۸L = ۰/۲L = ۰/۲\times ۲ = ۰/۴m$$
$$U_B = mgh_B = mg(H'C) = ۱\times ۱۰\times ۰/۴ = ۴J$$

در پایان برای محاسبهٔ خواستهٔ تست داریم:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A = ۴ - ۸ = -۴J$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۲۹۶ در جابه‌جایی گلوله از A به B کار نیروی وزن مثبت و کار نیروی اصطکاک منفی است؛ بنابراین باتوجه‌به فرض تست، خواهیم داشت:

$$|W_{mg}| = ۳|W_{f_k}| \Rightarrow W_{mg} = -۳W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -\frac{۱}{۳}W_{mg} \quad \text{(۱) رابطهٔ}$$

اکنون با نوشتن قضیهٔ کار - انرژی جنبشی بین دو نقطهٔ A و B داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_B - K_A \xrightarrow{\text{(۱) رابطهٔ}} W_{mg} - \frac{۱}{۳}W_{mg} = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - \frac{۱}{۲}mv_A^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۳}W_{mg} = \frac{۱}{۲}m(۱۰)^۲ - ۰ \Rightarrow \frac{۲}{۳}W_{mg} = ۵۰m \Rightarrow W_{mg} = ۷۵m \Rightarrow mgh = ۷۵m \Rightarrow gh = ۷۵$$

$$\Rightarrow h = \frac{۷۵}{g} = \frac{۷۵}{۱۰} = ۷/۵\,m$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۷ برای حل این تست، کافی است تا اصل پایستگی انرژی مکانیکی را دو مرتبه بنویسیم.
یک بار برای دو نقطهٔ A و B و بار دیگر برای دو نقطهٔ B و C.

مرتبهٔ اول: با فرض اینکه سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی از نقطهٔ B عبور کند، داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\Rightarrow mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow gh = \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\Rightarrow 10h = \frac{1}{2}\times(3)^2 \Rightarrow h = 0/45\,m$$

مرتبهٔ دوم: با فرض اینکه سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی از نقطهٔ C عبور کند، خواهیم داشت:

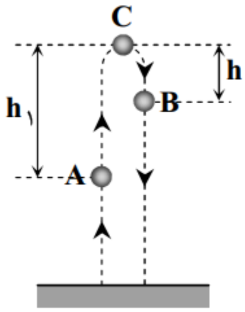
$$E_B = E_C \Rightarrow K_B + U_B = K_C + U_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + mg(2h) = \frac{1}{2}mv_C^2 + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 + 2gh = \frac{1}{2}v_C^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(3)^2 + 2\times10\times0/45 = \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow 13/5 = \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 27 \Rightarrow v_C = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۸ با فرض اینکه C نقطهٔ اوج گلوله باشد، اصل پایستگی انرژی مکانیکی را یک بار بـرای دو نقطـهٔ A و C و بـار دیگـر بـرای دو نقطـهٔ C و B می‌نویسیم.

مرتبهٔ اول: با فرض اینکه سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی از نقطهٔ A عبور کند و باتوجه‌به این مطلب که در نقطهٔ اوج، تنـدی گلولـه صـفر است، داریم:



$$E_A = E_C \Rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_1 + 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = gh_1 \Rightarrow \frac{1}{2}\times(5)^2 = 10h_1$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{25}{20} = \frac{5}{4} = 1/25\,m$$

مرتبهٔ دوم: با فرض اینکه سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی از نقطهٔ B عبور کند، داریم:

$$E_C = E_B \Rightarrow K_C + U_C = K_B + U_B \Rightarrow 0 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \Rightarrow gh_2 = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow 10h_2 = \frac{1}{2}\times(3)^2$$

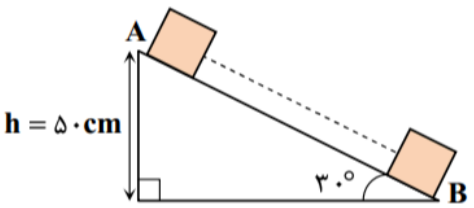
$$\Rightarrow h_2 = \frac{9}{20} = 0/45\,m$$

درنتیجه، کل مسافتی که گلوله بین دو نقطهٔ A و B می‌پیماید، برابر است با:

$$L = h_1 + h_2 = 1/25 + 0/45 = 1/7\,m$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۹ به‌دلیل وجود نیروی اصطکاک بین جسم و سطح شیب‌دار، انرژی مکانیکی در پایین سطح شیب‌دار کمتر از انرژی مکانیکی در بالای سطح شیب‌دار است؛ بنابراین:



$$E_B - E_A = W_{f_k} \Rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = -f_k d_{AB}$$

$$\xrightarrow{(\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d_{AB}} \Rightarrow d_{AB} = ۲h)} (۰ + \frac{۱}{۲} m v_B^۲) - (mgh + ۰) = -f_k(۲h)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} m v_B^۲ - mgh = -۲f_k h \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱ \times (۲)^۲ - ۱ \times ۱۰ \times ۰/۵ = -۲f_k \times ۰/۵$$

$$\Rightarrow ۲ - ۵ = -f_k \Rightarrow -۳ = -f_k \Rightarrow f_k = ۳\,N$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۰ با فرض اینکه m جرم مایعی باشد که پمپ با تندی ثابت v به‌اندازهٔ ارتفاع h و در مدت‌زمان t بالا می‌برد، داریم:

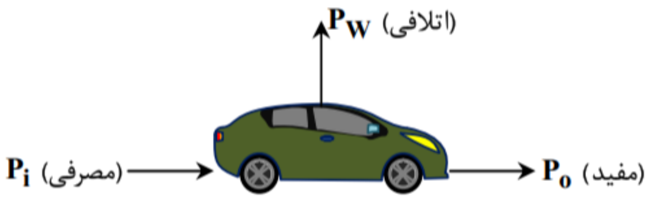
$$P_{مفید} = \frac{W_{مفید}}{t} = \frac{mgh}{t} = mg(\frac{h}{t}) = mgv$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ به‌دست آمده در بالا، خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{v_A}{v_B} \xrightarrow{(m=\rho V)} \frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{V_A}{V_B} \times \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{۱}{۰/۸} \times \frac{۴۰۰}{۵۰۰} \times \frac{۲۰}{۱۰} = \frac{۵}{۴} \times \frac{۴}{۵} \times ۲ = ۲$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۱ باتوجه‌به نمودار زیر که در آن توان‌های ورودی و خروجی از ماشین نشان داده شده است، داریم:



$$P_o = ۱۵\,kW$$

$$Ra = \frac{P_o}{P_i} \Rightarrow \frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{۱۵}{P_i} \Rightarrow P_i = \frac{۱۰۰ \times ۱۵}{۷۵} = ۲۰\,kW$$

$$P_i = P_W + P_o \Rightarrow ۲۰ = P_W + ۱۵ \Rightarrow P_W = ۵\,kW$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۳۰۲ در ۱۲۰۰ متری پایان ارتفاع صعود، انرژی پتانسیل گرانشی کوهنورد به مقدار زیر افزایش می‌یابد:

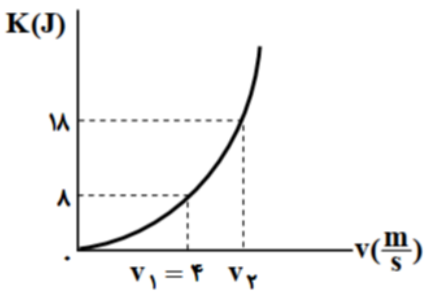
$$\Delta U_{mg} = mg\Delta h \Rightarrow \Delta U = ۷۵ \times ۱۰ \times ۱۲۰۰ = ۹۰۰ \times ۱۰^۳ = ۹ \times ۱۰^۵\,J = ۹ \times ۱۰^{-۱} \times ۱۰^۶\,J = ۰/۹\,MJ$$

درنتیجه، کار نیروی وزن کوهنورد در این جابه‌جایی، برابر است با:

$$W_{mg} = -\Delta U_{mg} = -۰/۹\,MJ$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۳۰۳ منحنی رسم شده در نمودار مقابل، از رابطهٔ $K = \frac{۱}{۲} m v^۲$ تبعیت می‌کند.



$$\begin{cases} v_۱ = ۴\frac{m}{s} \\ K = ۸\,J \end{cases} \Rightarrow ۸ = \frac{۱}{۲} m (۴)^۲ \Rightarrow m = ۱kg$$

$$\begin{cases} m = ۱kg \\ K = ۱۸\,J \end{cases} \Rightarrow ۱۸ = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times v_۲^۲ \Rightarrow v_۲ = ۶\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۳۰۴ نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت جعبه و به‌سمت چپ وارد می‌شود.

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی: $W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_{mg} + W_F + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}mv_B^{۲} - \frac{۱}{۲}mv_A^{۲}$

$$\Rightarrow ۰ + ۰ + ۴۰ \times ۲۰ \times \cos ۳۷^\circ + f_k \times ۲۰ \times \cos ۱۸۰^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۸^{۲} - \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۱۰^{۲}$$

$$\Rightarrow ۶۴۰ + (-۲۰ f_k) = ۱۶۰ - ۲۵۰ \Rightarrow f_k = ۳۶/۵\,N$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۵

$$Ra = \frac{P_{av\,\text{مفید}}}{P_{av\,\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{P_{av\,\text{مفید}}}{۵۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow P_{av\,\text{مفید}} = ۴۰kW$$

$$P_{av\,\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow ۴۰۰۰۰ = \frac{۱۰^{۴} \times ۱۰ \times ۲۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۵۰s$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۶

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U_{\text{گرانشی}}$$

$$\left.\begin{array}{l} ۸۰۰۰ = -(U_{۲} - U_{۱}) \Rightarrow U_{۲} - U_{۱} = -۸۰۰۰J \\ -۲۰۰۰ = -(U_{۳} - U_{۱}) \Rightarrow U_{۳} - U_{۱} = ۲۰۰۰J \end{array}\right\} \Rightarrow U_{۳} - U_{۲} = ۱۰۰۰۰J$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۷

$$h = \sqrt{۲۵^{۲} - ۱۵^{۲}} = ۲۰m$$

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow K_A + mgh_A = K_B + mgh_B$$

$$\Rightarrow ۴۵۰ + m \times ۱۰ \times ۲۰ = ۱۲۵۰ + ۰ \Rightarrow m = ۴kg$$

$$K_B = \frac{۱}{۲}mv_B^{۲} \Rightarrow ۱۲۵۰ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times v_B^{۲} \Rightarrow v_B = ۲۵\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۸ بخشی از انرژی پتانسیل گرانشی آب پشت سد، به توربین داده شده و بقیهٔ آن به‌صورت انرژی جنبشی آب خارج‌شده از توربین است.

انرژی داده‌شده به توربین: $E_{\text{ورودی}} = mg\Delta h - \frac{۱}{۲}mv^{۲}$

انرژی خروجی نیروگاه: $E_{\text{خروجی}} = P\Delta t$

$$E_{\text{خروجی}} = ۰/۸E_{\text{ورودی}} \Rightarrow P\Delta t = ۰/۸(mgh - \frac{۱}{۲}mv^{۲}) \Rightarrow ۱۵۰ \times ۱۰^{۶} \times ۱ = ۰/۸ \times m(۱۰ \times ۸۰ - \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{۲}) \Rightarrow m = ۲۵۰۰۰۰kg$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{۲۵۰۰۰۰}{۱۰۰۰} = ۲۵۰m^{۳}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

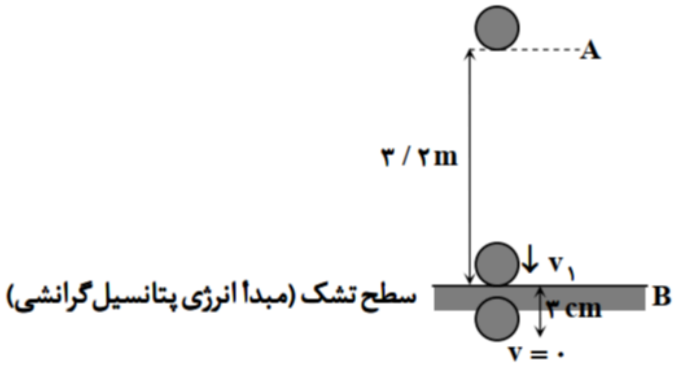
۳۰۹

$$W_f = E_{۲} - E_{۱} \Rightarrow -\frac{۱}{۱۰}mgh_A = mgh_B - mgh_A$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۱۰}h_A = h_B - h_A \Rightarrow ۰/۹h_A = h_B \Rightarrow ۰/۹ \times ۴ = h_B \Rightarrow h_B = ۳/۶m$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۱۰ در ابتدا باید تندی گلوله هنگام رسیدن به سطح تشک را به‌دست آوریم:



$$E_A = E_B \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow ۱۰ \times ۳/۲ = \frac{۱}{۲} \times v_۱^۲$$

$$\Rightarrow v_۱^۲ = ۶۴ \Rightarrow v_۱ = ۸\frac{m}{s}$$

$$\text{قضیهٔ کار و انرژی جنبشی}: W_{\text{کل}} = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_{\text{نیروی تشک}} + W_{\text{وزن}} = ۰ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow W_{\text{نیروی تشک}} + ۰/۵ \times ۱۰ \times ۳ \times ۱۰^{-۲} = -\frac{۱}{۲} \times ۰/۵ \times ۸^۲$$

$$\Rightarrow W_{\text{نیروی تشک}} = -۱۶ - ۰/۱۵ = -۱۶/۱۵\,J$$

$$\Rightarrow \left|W_{\text{نیروی تشک}}\right| = ۱۶/۱۵\,J$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۳۱۱ فقط عبارت «ب» درست است.

الف) نادرست- انرژی درونی یک جسم مجموع انرژی‌های ذرات تشکیل‌دهندهٔ آن جسم است.

پ) نادرست- افزایش ارتفاع جسم سبب افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم می‌شود، نه انرژی درونی آن.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۳۱۲

$$\text{قضیهٔ کار و انرژی جنبشی}: W_t = \Delta K \Rightarrow \begin{cases} W_{t_۱} = \frac{۱}{۲}m(۲v)^۲ - \frac{۱}{۲}mv^۲ = ۳ \times \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ W_{t_۲} = \frac{۱}{۲}m(۳v)^۲ - \frac{۱}{۲}m(۲v)^۲ = ۵ \times \frac{۱}{۲}mv^۲ \end{cases}$$

$$P_{av_۱} = P_{av_۲} \Rightarrow \frac{W_{t_۱}}{\Delta t_۱} = \frac{W_{t_۲}}{\Delta t_۲} \Rightarrow \frac{۳ \times \frac{۱}{۲}mv^۲}{t} = \frac{۵ \times \frac{۱}{۲}mv^۲}{t'} \Rightarrow \frac{t'}{t} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow t' = \frac{۵}{۳}t$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۱۳ گزینه ۱ درست است.

$$\left.\begin{aligned} K_۱ &= \frac{۱}{۲}mv^۲ = ۹۰\,J \\ K_۲ &= \frac{۱}{۲}m(v+۲)^۲ = ۱۶۰\,J \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \left(\frac{v+۲}{v}\right)^۲ = \frac{۱۶۰}{۹۰}$$

$$\frac{v+۲}{v} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow v = ۶\frac{m}{s}$$

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}m \times ۶^۲ = ۹۰ \Rightarrow m = ۵\,kg$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۴ گزینه ۴ درست است.

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_1 + 50 = \frac{1}{2}m(v+2)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}v^2 + 50 = \frac{1}{2}m(v+2)^2$$

$$mv^2 + 100 = m(v^2 + 4v + 4)$$

$$100 = m(4v+4) \Rightarrow \boxed{m(v+1) = 25} \quad (1)$$

$$K_1 + 120 = \frac{1}{2}m(v+4)^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + 120 = \frac{1}{2}m(v^2 + 8v + 16)$$

$$240 = m(8v+16) \Rightarrow \boxed{m(v+2) = 30} \quad (2)$$

$$(2) \div (1) \Rightarrow \frac{v+2}{v+1} = \frac{30}{25} \Rightarrow \frac{v+2}{v+1} = \frac{6}{5}$$

$$6v + 6 = 5v + 10 \Rightarrow v = 4\frac{m}{s}$$

در معادلهٔ (۱) قرار می‌دهیم:

$$m(4+1) = 25 \Rightarrow m = 5kg$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۵ گزینه ۳ درست است.

جرم جسم ۲۰ درصد افزایش و تندی آن ۵۰ درصد کاهش یافته؛ بنابراین:

$$m' = m + 0/2m = 1/2m$$

$$v' = v - 0/5v = 0/5v$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K'}{K} = \frac{m'}{m} \times \left(\frac{v'}{v}\right)^2 = 1/2 \times 0/5^2 = 0/3 \rightarrow K' = 0/3K$$

$$\Delta K = K' - K = 0/3K - K = -0/7K \rightarrow \frac{\Delta K}{K} = -0/7 = -70\%$$

پس انرژی جنبشی جسم ۷۰ درصد کاهش می‌یابد.

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۶ گزینه ۴ درست است.

چون جسم با تندی ثابت در حرکت است، پس نیروی اصطکاک با نیروی F برابر است:

$$F - f_k = ۰ \rightarrow f_k = F = ۳۰\,N$$

وقتی جسم با تندی ثابت در حرکت است، بزرگی جابه‌جایی جسم در مدت ۲ دقیقه برابر است با:

$$|\vec{d}| = vt = ۲ \times ۱۲۰ = ۲۴۰\,m$$

کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k} = f_k d \cos ۱۸۰^\circ = -۳۰ \times ۲۴۰ = -۷۲۰۰\,J = -۷/۲\,kJ$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۷ گزینه ۳ درست است.

اگر اثر مقاومت هوا ناچیز بود، کاهش انرژی پتانسیل گرانشی جسم، هم اندازهٔ افزایش انرژی جنبشی است یعنی:

$$\Delta U = -\Delta K = -۵\,kJ$$

اما در اینجا که مقاومت هوا بر جسم تأثیر دارد باید کاهش انرژی پتانسیل گرانشی جسم، بیشتر از افزایش انرژی جنبشی جسم باشد.

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۸ گزینه ۱ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست است: کار نیروی اصطکاک همواره منفی نیست. گاهی اوقات، نیروی اصطکاک در جهت حرکت جسم است (مثلاً هنگام راه رفتن شخص بر روی سطح) و کار نیروی اصطکاک مثبت است.

۲) درست است: کار نیروی عمودی تکیه‌گاه ممکن است صفر نباشد، مثلاً وقتی شخصی درون آسانسور متحرکی قرار دارد، کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر نیست.

۳) درست است: طبق تعریف همواره منفی کار نیروی گرانش برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است

۴) درست است: کار نیروی وزن بین دو نقطه ۱ تا ۲ از طریق هر مسیری مقدار ثابت و مشخصی است

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۹ گزینه ۲ درست است.

چون مسیرهای منحنی بدون اصطکاک هستند، پس جسم روی مسیر BE که اصطکاک ندارد، متوقف خواهد شد. جسم در نقطه A فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد.

چون مسیر AB بدون اصطکاک است پس:

$$U_A = mgh$$
$$E_B = E_A \rightarrow E_B = mgh$$

مسیر افقی دارای اصطکاک است؛ بنابراین:

$$E_x - E_B = W_{f_k} \rightarrow (\cancel{U_x}^{\circ} + \cancel{K_x}^{\circ}) - (mgh) = -f_k d \rightarrow \circ - mgh = -\mu_k mgd \rightarrow d = \frac{1}{\mu_k} = \frac{۱/۲}{۰/۶} = ۲m$$

بنابراین وقتی جسم از نقطهٔ B می‌گذرد، پس از طی مسافت ۲ متر می‌ایستد و چون طول مسیر افقی ۳ متر است، پس جسم در نقطهٔ D متوقف می‌شود.

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۲۰ گزینه ۲ درست است.

انرژی پتانسیل گرانشی جسم در ابتدا برابر است با:

$$E_۱ = mgh = ۲ \times ۱۰ \times ۳ = ۶۰\,J$$

انرژی جنبشی جسم در لحظه برخورد به زمین برابر است با:

$$E_۲ = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۶^۲ = ۳۶\,J$$

بنابراین کاهش انرژی جسم برابر است با:

$$\Delta E = E_۲ - E_۱ = ۳۶ - ۶۰ = -۲۴\,J$$

پس انرژی جسم ۲۴J کاهش یافته است.

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۲۱ گزینه ۲ درست است.

بیشترین تندی جسم مربوط به لحظه‌ای است که فنر طول عادی خود را دارد و در این حالت سامانهٔ جسم – فنر، انرژی پتانسیل کشسانی ندارد و جسم فقط دارای انرژی جنبشی است. اگر نقطهٔ (۱) را هنگام فشردگی فنر و نقطهٔ (۲) را لحظه‌ای که فنر طول عادی خود را دارد در نظر بگیریم:

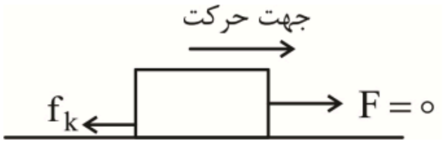
$$E_۲ = E_۱ \rightarrow U_۲ + K_۲ = U_۱ + K_۱ \rightarrow ۰ + \frac{۱}{۲}mv^۲ = U_e + ۰$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۰/۵ \times v^۲ = ۳ \rightarrow v^۲ = ۱۲ \rightarrow v = \sqrt{۱۲} = ۲\sqrt{۳}\,\frac{m}{s}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

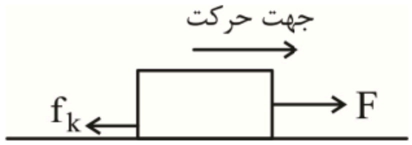
۳۲۲ گزینه ۳ درست است.

در حالت اول، نیروی اصطکاک جنبشی باعث توقف جسم می‌شود. بنا به قانون دوم نیوتن داریم:



$$۰-f_k=ma \xrightarrow{a=-۳} f_k=-۲\times(-۳)=۶N$$

در حالت دوم که نیروی F بر جعبه وارد می‌شود بنا به قانون دوم نیوتن می‌توان نوشت:



$$F-f_k=ma' \xrightarrow{a'=۳} F-۶=۲\times۳ \rightarrow F=۱۲N$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

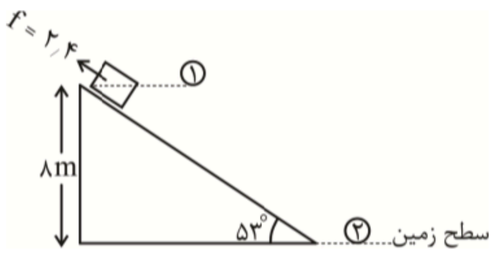
۳۲۳ گزینه ۱ درست است.

با ترکیب رابطه‌های $P=mV$ و $K=\frac{۱}{۲}mV^۲$ به رابطهٔ جدیدی می‌رسیم: $K=\frac{۱}{۲}mV^۲=\frac{m^۲V^۲}{۲m} \Rightarrow K=\frac{P^۲}{۲m}$

با نوشتن رابطهٔ مقایسه‌ای خواهیم داشت: $\frac{K_A}{K_B}=\left(\frac{P_A}{P_B}\right)^۲\times\frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{۱}{۳}=۳^۲\times\frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B}=۲۷$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۲۴ گزینه ۴ درست است.



$$\Delta E=W_f \rightarrow E_۲-E_۱=-f.d$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲}mV^۲-mgh=-f.\frac{h}{\sin ۵۳}$$

$$(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times V)^۲-(\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۸)=-۲٫۴\times(\frac{۸}{۰٫۸}) \rightarrow \frac{۱}{۴}V^۲-۴۰=-۲۴$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۴}V^۲=۱۶ \rightarrow V=۸\frac{m}{s}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

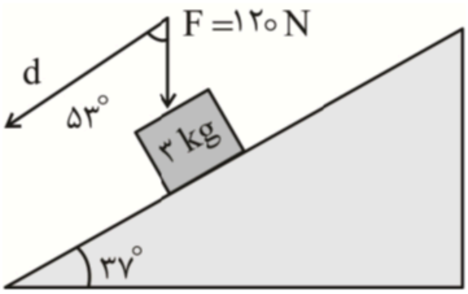
۳۲۵ گزینه ۱ درست است.

$$k=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times۸۴\times(۵\times۱۰^۳)^۲=۴۲\times۲۵\times۱۰^۶\ J$$

$$\frac{۴۲\times۲۵\times۱۰^۶}{۴٫۲\times۱۰^۶}=۲۵۰kg$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۲۶ گزینه ۲ درست است.



$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta = ۱۲۰ \times ۳۰ \times \cos ۵۳ = ۱۲۰ \times ۳۰ \times ۰/۶ = ۲۱۶۰ J$$

$$W = \frac{۲۱۶۰}{۳/۶ \times ۱۰^{۶}} = ۶ \times ۱۰^{-۴} kwh$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۲۷ گزینه ۲ درست است.

$$E_۱ = mgh + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = ۲ \times ۱۰ \times h + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۶ \times ۱۰^{۴} = ۱۶۰,۰۰۰ + ۲۰h$$

$$E_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۳۶ \times ۱۰^{۴} = ۳۶۰,۰۰۰$$

$$E_۲ = E_۱ - ۴۰,۰۰۰ \rightarrow ۱۶۰,۰۰۰ + ۲۰h = ۴۰۰,۰۰۰ \rightarrow h = \frac{۲۴۰,۰۰۰}{۲۰} = ۱۲km$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۲۸ گزینه ۲ درست است.

در حین سقوط جسم بخشی از انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. پس علامت تغییرات انرژی جنبشی و تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی مخالف یکدیگر می‌باشند. طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$W_f = E_۲ - E_۱ = \Delta K + \Delta U \xrightarrow{\frac{\Delta K}{\Delta U} = -\frac{۲}{۳}} W_f = \frac{۱}{۳}\Delta U = -\frac{۱}{۳}W_{mg}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۲۹ گزینه ۲ درست است.

بالابر کار $w_۱$ را روی وزنه انجام می‌دهد و آن را ۱۵m بالا می‌برد و سپس کار $w_۲$ را روی آن انجام می‌دهد تا سرعت وزنه به $۵\frac{m}{s}$ برسد. در مرحله سوم وزنه با سرعت ثابت $۵\frac{m}{s}$ به‌صورت افقی حرکت می‌کند که کار انجام‌شده توسط بالابر روی وزنه، صفر است.

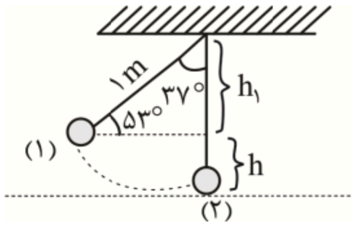
$$w_۱ = mgh = ۲۰ \times ۱۰ \times ۱۵ = ۳۰۰۰ j$$

$$w_۲ = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times ۲۵ = ۲۵۰ j$$

$$w_T = w_۱ + w_۲ = ۳۰۰۰ + ۲۵۰ = ۳۲۵۰ j$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۰ گزینه ۳ درست است.



$$h_۱ = R\sin ۵۳ = ۰/۸\,m$$

$$h = R - h_۱ = ۱ - ۰/۸ = ۰/۲m$$

$$W_f = \Delta E = E_۲ - E_۱ = (\frac{۱}{۲}mv_۲)^۲ - (mgh) = ۰/۱ - ۰/۴ = -۰/\,۳J$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۱ گزینه ۲ درست است.

$$(۰,۴)\ \ S \text{ بازه زمانی } \Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \times \Delta t \rightarrow -۱۶ = \frac{v_۱ + ۰}{۲} \times ۴ \rightarrow v_۱ = -۸\frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - (-۸)}{۴} = ۲\frac{m}{s^۲} \rightarrow v = ۲t - ۸$$

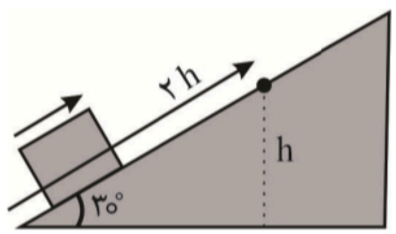
$$t = ۵s \rightarrow v = ۲\frac{m}{s}$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۴ - ۶۴)}{۵} = -۱۲\,W$$

(فصل ۳، دهم و فصل ۱، دوازدهم)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۲ گزینه ۱ درست است.



فرض کنیم جعبه تا ارتفاع h بالا می‌رود. زاویهٔ سطح شیبدار ۳۰° است، پس طول سطح طی‌شده ۲ برابر ارتفاع است.

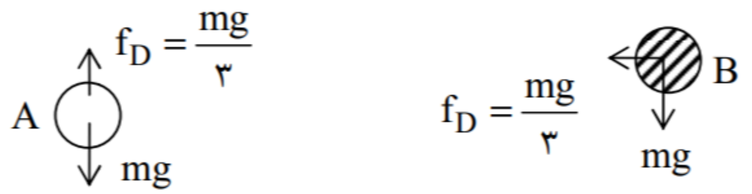
$$\Delta K = W_T = W_{mg} + W_N + W_{f_k} = (-mg\Delta h) + ۰ + (-f_k d)$$

$$\rightarrow ۰ - \frac{۱}{۲} \times m \times ۶^۲ = (-m \times ۱۰ \times (+h)) + (-\frac{m \times ۱۰}{۱۰} \times ۲h) \rightarrow$$

$$-۱۸\cancel{m} = -۱۰\cancel{m}h - ۲\cancel{m}h \rightarrow h = \frac{۱۸}{۱۲} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵m \rightarrow ۲h = \underline{۳m}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۳ گزینه ۳ درست است.



$$a_A = \frac{mg - \frac{mg}{۳}}{m} = g - \frac{g}{۳} = \frac{۲}{۳}g$$

$$a_B = \frac{\sqrt{(mg)^۲ + (\frac{mg}{۳})^۲}}{m} = \frac{mg\sqrt{۱+\frac{۱}{۹}}}{m} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۳}g$$

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{۲}{۳}g}{\frac{\sqrt{۱۰}}{۳}g} = \frac{۲}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۲\sqrt{۱۰}}{۱۰} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

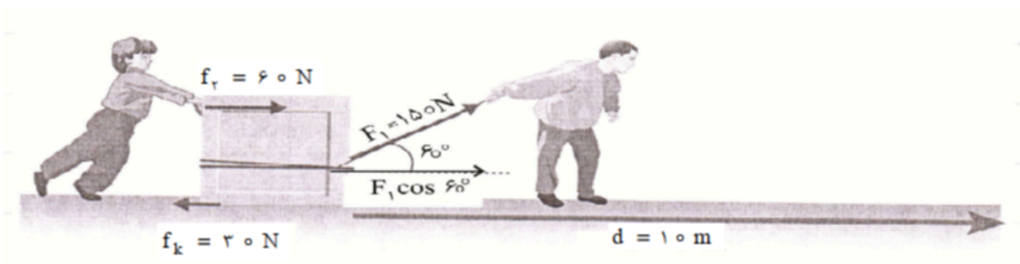
۳۳۴ گزینه ۲ درست است.

$$k = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\frac{k_۲}{k_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times \left(\frac{v_۲}{v_۱}\right)^۲ = (\frac{۳}{۴}) \times (\frac{۲}{۳})^۲ = \frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۹} = \frac{۱}{۳}$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۳۵ گزینه ۲ درست است.



(فیزیک (۱) - فصل ۳ ، کار کل)

$$F_{net} = F_۱ \cos ۶۰ + F_۲ - f_k = ۱۵۰(\frac{۱}{۲}) + ۶۰ - ۳۰ = ۷۵ + ۳۰ = ۱۰۵N$$

$$W_t = F_{net}.d = ۱۰۵ \times ۱۰ = ۱۰۵۰ J$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۳۶ گزینه ۴ درست است.

$$v_۱ = ۱۸\frac{km}{h} = ۵\frac{m}{s}$$

$$W_T = \Delta K \rightarrow W_T = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \rightarrow ۳۶۰۰۰۰ = \frac{۱}{۲} \times ۱۲۰۰ \times (v_۲^۲ - ۵^۲)$$

$$۶۰۰ = v_۲^۲ - ۲۵ \rightarrow v_۲^۲ = ۶۲۵ \rightarrow v_۲ = ۲۵\frac{m}{s} \xrightarrow{\times ۳/۶} v_۲ = ۹۰\frac{km}{h}$$

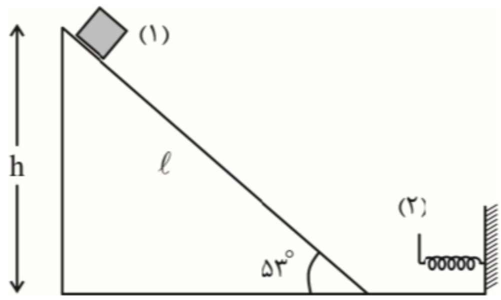
(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۳۷ گزینه ۱ درست است.

$$W = mgh + \frac{۱}{۲}mv^۲ = (\frac{۵}{۱۰۰} \times ۱۰ \times ۱/۲) + (\frac{۱}{۲} \times \frac{۵}{۱۰۰} \times ۳۶) = ۰/۶ + ۰/۹ = ۱/۵J$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۳۸ گزینه ۳ درست است.



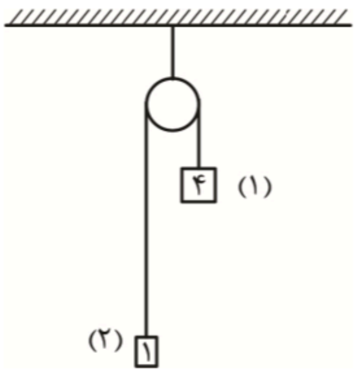
$$h = \ell \sin ۵۳^\circ = ۸ \times ۰/۸ = ۶/۴m$$

$$W_f = \Delta E = E_۲ - E_۱ \rightarrow -fd = U - mgh \rightarrow$$

$$-(۱)(۸) = U - ۲(۱۰)(۶/۴) \rightarrow U = ۱۲۸ - ۸ = ۱۲۰J$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۳۹ گزینه ۴ درست است.



$$E = K + U \rightarrow \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

$$\rightarrow ۰ = (\Delta K_۱ + \Delta K_۲) + (\Delta U_۱ + \Delta U_۲)$$

$$\rightarrow ۰ = (\Delta K_۱ + \Delta K_۲) + (m_۱ g\Delta h_۱ + m_۲ g\Delta h_۲)$$

$$\rightarrow ۰ = (\Delta K_۱ + \Delta K_۲) + (۴ \times ۱۰ \times (-۰/۷۵) + ۱ \times ۱۰ \times (۰/۷۵))$$

$$\Delta K_۱ + \Delta K_۲ = ۲۲/۵J$$

$$\frac{۱}{۲}(m_۱ + m_۲)v^۲ = ۲۲/۵ \rightarrow \frac{۱}{۲}(۵)v^۲ = ۲۲/۵ \rightarrow v^۲ = ۹ \rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)